

# Física de muchos cuerpos

DF-FCEN-UBA, Primer Cuatrimestre 2022

## Guía 6: Modelos tight-binding y de Hubbard

### (1) Ejercicio sobre el modelo de Hubbard (por Liliana Arrachea, 2001)

Los metales de transición contienen electrones de conducción provenientes de orbitales tipo  $d$ , los cuales se caracterizan por estar localizados en torno a las posiciones de los iones. En este caso, la base de ondas planas resulta poco adecuada para la descripción del sistema de electrones interactuantes y se utiliza, entonces, la base de funciones de Wannier  $\phi(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)$ , donde  $\mathbf{R}_i$  denota la posición del ión  $i$ -ésimo.

a) Escribir el Hamiltoniano del sistema de electrones interactuantes en segunda cuantización en la base de funciones de Wannier.

b) Realizar las simplificaciones necesarias para deducir el Hamiltoniano de Hubbard<sup>1</sup>:

$$H = -t \sum_{\langle ij \rangle \sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} + h.c. + U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow},$$

donde  $\sigma = \uparrow, \downarrow$ , mientras que  $\langle ij \rangle$  denota pares de sitios primeros vecinos en la red y  $h.c.$ , el hermítico conjugado.

c) Considerar  $U = 0$ . Efectuar una transformación canónica que permita diagonalizar el término cinético (considerar condiciones de contorno periódicas). Escribir la expresión de la energía del estado fundamental  $E_0$  para un sistema de  $N$  electrones en una red cúbica de  $N$  sitios. Considerar el límite continuo ( $a \rightarrow 0$ ), siendo  $a$  la constante de red para los casos unidimensional y bidimensional. En el primer caso, completar el cálculo de  $E_0$ . Dibujar la superficie de Fermi en ambos casos.

d) Escribir la expresión del término de interacción de  $H$  en la base del ítem (c).

e) Realizar una deducción análoga a la del ítem (b) para obtener un Hamiltoniano en el cual el alcance de interacción se extienda hasta sitios primeros vecinos.

---

<sup>1</sup>Bibliografía: G. Mahan “*Many-Particle Physics*,” P. W. Anderson “*Concepts in Solids*” y/o referencias allí citadas

**(2) Ejercicio 9.1 del libro de Bruus y Flensberg**

**Un sistema fermiónico de dos orbitales.** Considere un sistema físico que consiste de fermiones que pueden ocupar dos orbitales. El Hamiltoniano está dado por:

$$H = E_1 c_1^\dagger c_1 + E_2 c_2^\dagger c_2 + t c_1^\dagger c_2 + t^* c_2^\dagger c_1$$

Encuentre la función de Green retardada  $G^R(ij, \omega)$ , donde  $i$  y  $j$  pueden ser 1 o 2, y donde  $G^R(ij, t - t') = -i\theta(t - t')\langle\{c_i(t), c_j^\dagger(t')\}\rangle$ . Use el método de la ecuación de movimiento. No se olvide de interpretar el resultado.