

# Física de Muchos Cuerpos a Temperatura Finita

Bernardo Fraiman (IAFE-CONICET)

4 de julio de 2022

Física de Muchos Cuerpos, (1c2022)

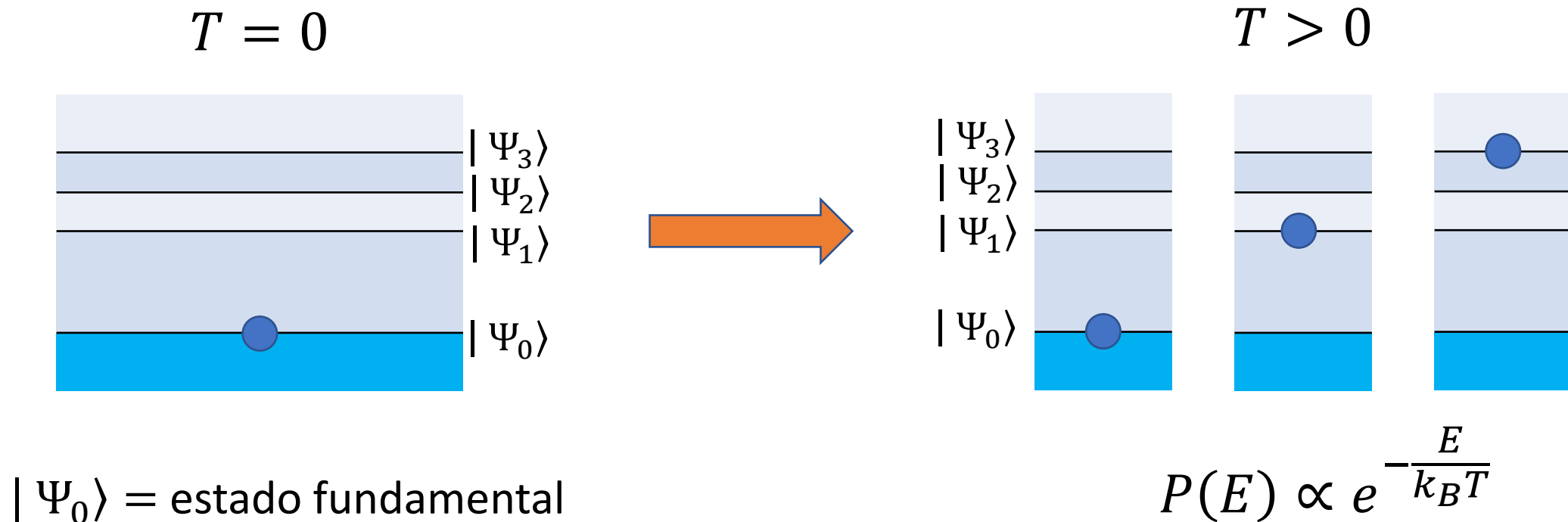
Basado principalmente en:

Many-Particle Theory, E. K. U. Gross, E. Runge y O. Heinonen (cap. 29)

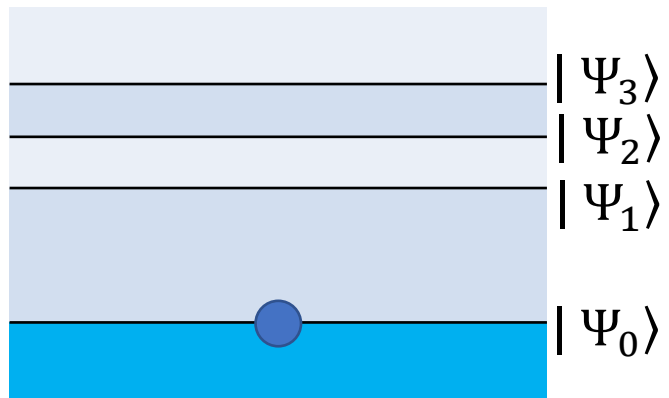
Introduction to Many-Body Physics, P. Coleman (cap. 8)

# Objetivo

- Incluir los efectos de la temperatura en la teoría de muchos cuerpos.

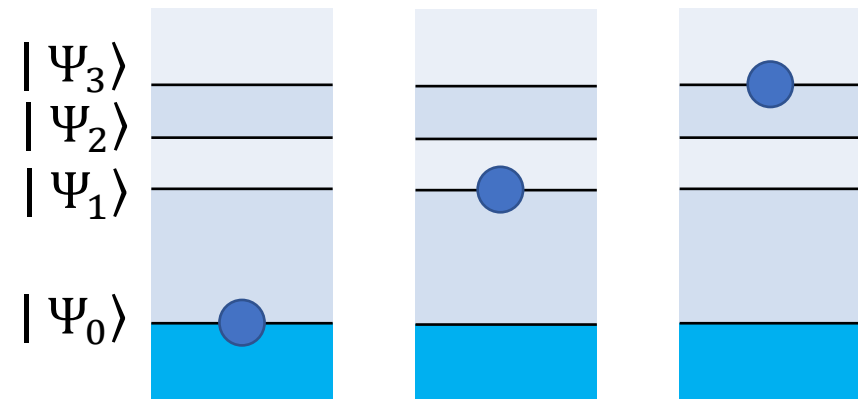


- Vamos a considerar sistemas en equilibrio térmico.



A  $T=0$ , el valor de expectación de un observable en el **estado fundamental** es:

$$\langle A \rangle = \langle \Psi_0 | A | \Psi_0 \rangle \text{ ("promedio cuántico")}$$



A  $T>0$ , se toma también el "**promedio termal**":

$$\langle A \rangle_T = \frac{\sum_n e^{-\beta E_n} \langle \Psi_n | A | \Psi_n \rangle}{\sum_n e^{-\beta E_n}} \quad \left( \beta = \frac{1}{k_B T} \right)$$

Consideramos un sistema que puede intercambiar energía en forma de calor y partículas (**ensamble gran canónico**)

$$\langle A \rangle_{T,\mu} = \frac{\sum_i e^{-\beta(E_i - \mu N_i)} \langle \Psi_i | A | \Psi_i \rangle}{\sum_n e^{-\beta(E_n - \mu N_n)}} = \frac{\sum_i \langle \Psi_i | \rho_G A | \Psi_i \rangle}{\sum_n \langle \Psi_n | \rho_G | \Psi_n \rangle} = \frac{\text{Tr}[\rho_G A]}{\text{Tr}[\rho_G]}$$

Operador de Bloch:  $\rho_G \equiv e^{-\beta(H - \mu N)}$

Función de partición:  $Z \equiv \text{Tr}[\rho_G]$

## Teoría no interactuante:

$$\rho_G |\Phi_i\rangle = e^{-\beta \sum_q (E_q - \mu) c_q^\dagger c_q} |\Phi_i\rangle = \prod_q e^{-\beta \epsilon_q n_i(q)} |\Phi_i\rangle \quad (\epsilon_q = E_q - \mu)$$

$$\begin{aligned} \langle n(\mathbf{k}) \rangle &= \frac{\sum_i n_i(\mathbf{k}) \langle \Phi_i | \rho_G | \Phi_i \rangle}{\sum_i \langle \Phi_i | \rho_G | \Phi_i \rangle} = \frac{\sum_i n_i(\mathbf{k}) \prod_q e^{-\beta \epsilon_q n_i(q)}}{\sum_i \prod_q e^{-\beta \epsilon_q n_i(q)}} = \left( \sum_i \prod_q e^{-\beta \epsilon_q n_i(q)} \right)^{-1} \frac{\partial [\sum_i \prod_q e^{-\beta \epsilon_q n_i(q)}]}{\partial (-\beta \epsilon_k)} \\ &= \frac{\partial \log [\sum_i \prod_q e^{-\beta \epsilon_q n_i(q)}]}{\partial (-\beta \epsilon_k)} \end{aligned}$$

Asumimos que tenemos **fermiones**:

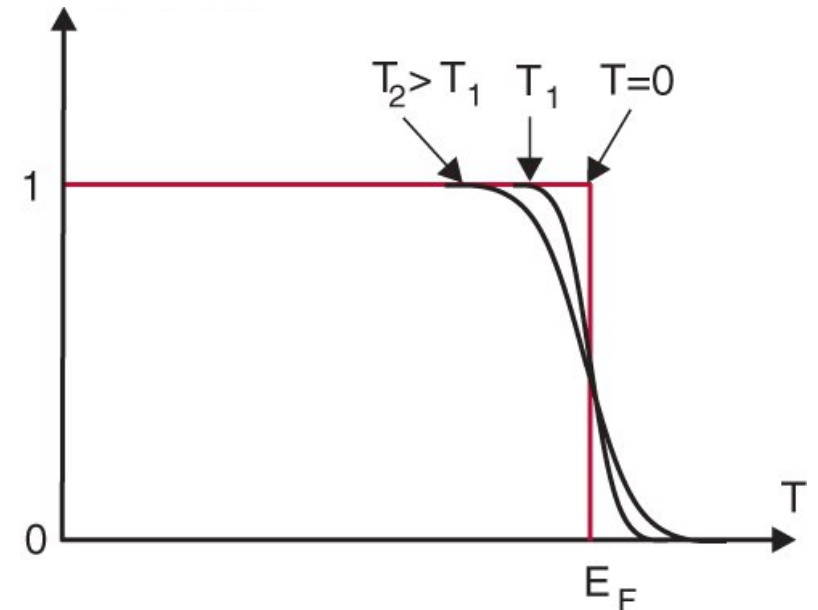
$$\sum_i \prod_q e^{-\beta \epsilon_q n_i(q)} = \sum_{n_i(1)=0}^1 \sum_{n_i(2)=0}^1 \sum_{\dots} e^{-\beta \epsilon_q n_i(1)} e^{-\beta \epsilon_q n_i(2)} \dots = \prod_q [1 + e^{-\beta \epsilon_q}]$$

$$\langle n(\mathbf{k}) \rangle = \frac{\partial \log [\prod_q [1 + e^{-\beta \epsilon_q}]]}{\partial (-\beta \epsilon_k)} = \frac{e^{-\beta \epsilon_k}}{1 + e^{-\beta \epsilon_k}} = \frac{1}{1 + e^{\beta (E_k - \mu)}} = f_{\mathbf{k}}$$

(distribución de **Fermi-Dirac**)

**Toma valores entre 0 y 1**

(A T=0 solo sería  $\langle n(\mathbf{k}) \rangle = 0, 1$ )



# Tiempo imaginario

Llamamos:  $K \equiv H - \mu N$        $\rho_G \equiv e^{-\beta K}$

Ecuación de **Bloch**:

$$-\frac{\partial}{\partial \beta} \rho_G = K \rho_G$$

Ecuación de **Schrödinger**:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = H\psi$$

Equivalentes si:  $\rho_G \rightarrow \psi$ ,  $K \rightarrow H$ ,  $\beta \rightarrow it/\hbar$

Tomamos  $t$  imaginario:  $t \in \mathbb{I}$

$$\tau = \frac{it}{\hbar} \in \mathbb{R}, \quad [\tau] = [\beta] = \text{Energía}^{-1}$$

Podemos definir una **picture de Heisenberg**:  $O(\tau)_H = e^{K\tau} O_S e^{-K\tau}$

El **operador de evolución temporal** desde 0 a  $\tau$  es:  $U(\tau) = e^{-K\tau}$ ,

entonces:  $\rho_G = U(\beta)$

(de ahora en más tomamos  $\hbar=1$ )

## Ejemplo: **partícula libre**

$$K = \sum_i \epsilon_i c_i^\dagger c_i$$

La evolución de los operadores en la picture de Heisenberg sale de resolver:

$$\partial_\tau c_i = [K, c_i] = -\epsilon_i c_i \rightarrow c_i(\tau) = e^{-\epsilon_i \tau} c_i(0)$$

$$\partial_\tau c_i^\dagger = [K, c_i^\dagger] = \epsilon_i c_i^\dagger \rightarrow c_i^\dagger(\tau) = e^{\epsilon_i \tau} c_i^\dagger(0)$$

**No son hermíticos-conjugados entre ellos!**

$$(c_i(\tau))^\dagger = (e^{-\epsilon_i \tau} c_i(0))^\dagger = e^{-\epsilon_i \tau} c_i^\dagger(0) = c_i^\dagger(-\tau) \neq c_i^\dagger(\tau)$$

# Funciones de Green

Función de Green (de 1 part.) (tiempo real):

$$iG_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t') \equiv \frac{\langle \Psi_0 | T[\psi_\alpha(\mathbf{r}t)_H \psi_\gamma^\dagger(\mathbf{r}'t')_H] | \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0 | \Psi_0 \rangle}$$

Función de Green-Matsubara:

$$G_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}\tau, \mathbf{r}'\tau') \equiv -\langle T[\psi_\alpha(\mathbf{r}\tau)_H \psi_\gamma^\dagger(\mathbf{r}'\tau')_H] \rangle = -\frac{\text{Tr}\{\rho_G T[\psi_\alpha(\mathbf{r}\tau)_H \psi_\gamma^\dagger(\mathbf{r}'\tau')_H]\}}{\text{Tr}\{\rho_G\}}$$

El operador de orden temporal para  $\tau$  funciona igual que el de siempre.

$$\text{Tr}\{\dots\} = \sum_i \langle \Psi_i | \dots | \Psi_i \rangle$$

La función de Green-Matsubara nos permite obtener:

- el **valor de expectación** (en el ensamble gran canónico) de cualquier operador de 1 part.
- la **energía interna** del sistema.

Absorbemos  $r$  y  $r'$  en los índices  $\alpha\gamma$ :

$$G_{\alpha\gamma}(\tau, \tau') \equiv - \frac{\text{Tr}\{e^{-\beta K} T[\psi_{\alpha}(\tau)_H \psi_{\gamma}^{\dagger}(\tau')_H]\}}{\text{Tr}\{e^{-\beta K}\}}$$

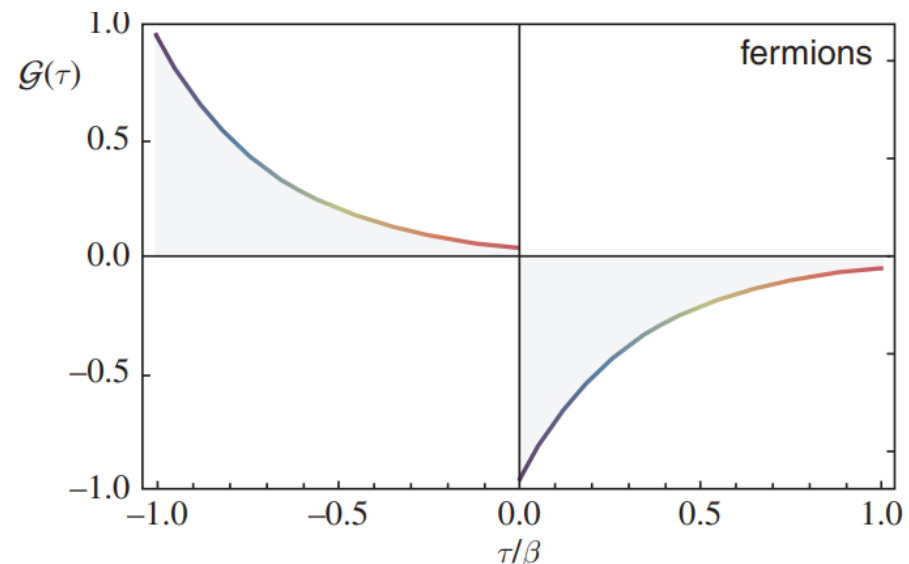
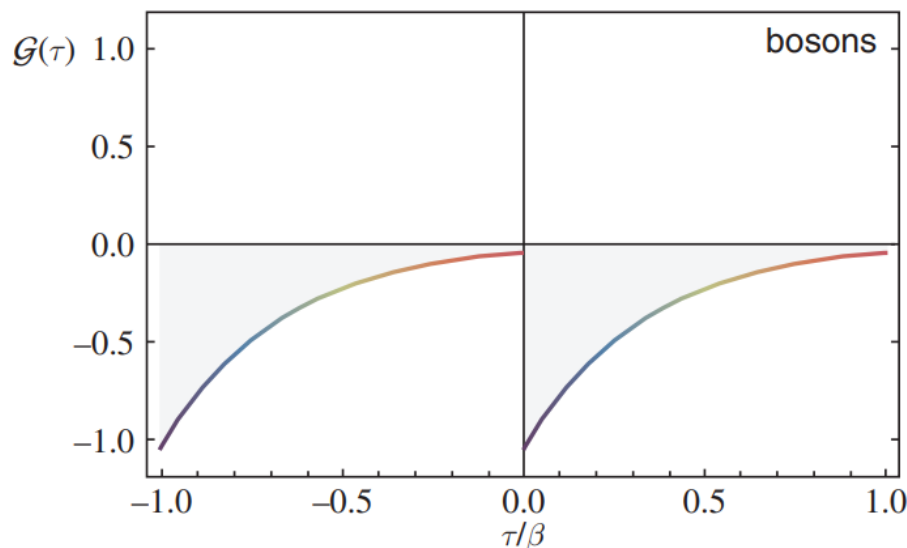
Propiedades de la **función de Green-Matsubara**: (usamos que  $H$  no puede depender de  $\tau$ )

**1)**  $G_{\alpha\gamma}(\tau, \tau') = G_{\alpha\gamma}(\tau - \tau')$

**2)**  $G_{\alpha\gamma}(\tau)$  es discontinua en  $\tau = 0$

**3)**  $G_{\alpha\gamma}(\tau)$  converge si  $-\beta < \tau < \beta$

**4)**  $G_{\alpha\gamma}(\tau + \beta) = \pm G_{\alpha\gamma}(\tau)$





De ahora en más se sobreentiende:  $\psi_\alpha(\tau) = \psi_\alpha(\tau)_H$ ,  
 $\psi_\alpha = (\psi_\alpha)_S$

$$\mathbf{1) } G_{\alpha\gamma}(\tau, \tau') = G_{\alpha\gamma}(\tau - \tau')$$

$$G_{\alpha\gamma}(\tau, \tau') \equiv -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-\beta K} T[\psi_\alpha(\tau)\psi_\gamma^\dagger(\tau')]\}$$

$$\text{Si } \tau > \tau': \quad G_{\alpha\gamma}(\tau, \tau') = -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-\beta K} \psi_\alpha(\tau)\psi_\gamma^\dagger(\tau')\}$$

Usamos:  $\psi(\tau)_H = e^{K\tau}\psi_S e^{-K\tau}$ ,  $\psi^\dagger(\tau)_H = e^{K\tau}\psi_S^\dagger e^{-K\tau}$

$$G_{\alpha\gamma}(\tau, \tau') = -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-\beta K} e^{K\tau}\psi_\alpha e^{-K\tau} e^{K\tau'}\psi_\gamma^\dagger e^{-K\tau'}\}$$

Usamos:  $U(\tau) \cdot U(\tau')^{-1} = U(\tau - \tau')$

$$G_{\alpha\gamma}(\tau, \tau') = -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-\beta K} e^{K\tau}\psi_\alpha e^{-K(\tau-\tau')}\psi_\gamma^\dagger e^{-K\tau'}\}$$

$$G_{\alpha\gamma}(\tau, \tau') = -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-K\tau'} e^{-\beta K} e^{K\tau}\psi_\alpha e^{-K(\tau-\tau')}\psi_\gamma^\dagger\}$$

$$G_{\alpha\gamma}(\tau, \tau') = -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-\beta K} e^{K(\tau-\tau')}\psi_\alpha e^{-K(\tau-\tau')}\psi_\gamma^\dagger\} = G_{\alpha\gamma}(\tau - \tau')$$

$$G_{\alpha\gamma}(\tau) \equiv -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-\beta K} T[\psi_\alpha(\tau)\psi_\gamma^\dagger(0)]\}$$

## 2) $G_{\alpha\gamma}(\tau)$ es discontinua en $\tau = 0$

$$\begin{aligned} G_{\alpha\gamma}(0^+) - G_{\alpha\gamma}(0^-) &= -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-\beta K} T[\psi_\alpha(0^+)\psi_\gamma^\dagger(0) - \psi_\alpha(0^-)\psi_\gamma^\dagger(0)]\} \\ &= -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-\beta K} \underbrace{(\psi_\alpha(0^+)\psi_\gamma^\dagger(0) \mp \psi_\gamma^\dagger(0)\psi_\alpha(0^-))}_{\delta_{\alpha\gamma}}\} \\ &= -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-\beta K}\} \delta_{\alpha\gamma} = -\delta_{\alpha\gamma} \end{aligned}$$

## 3) $G_{\alpha\gamma}(\tau)$ converge si $-\beta < \tau < \beta$

Si  $\tau > 0$ :

$$\begin{aligned} G_{\alpha\gamma}(\tau) &= -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-\beta K} \psi_\alpha(\tau)\psi_\gamma^\dagger(0)\} \\ &= -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{K(\tau-\beta)} \psi_\alpha e^{-K\tau} \psi_\gamma^\dagger\} \end{aligned}$$

$\lim_{\epsilon \rightarrow \infty} e^{-\epsilon\tau}$  finito sii  $\tau > 0$

$\lim_{\epsilon \rightarrow \infty} e^{\epsilon(\tau-\beta)}$  finito sii  $\tau < \beta$

Repetiendo para  $\tau < 0$  sale:  $\tau > -\beta$

$$4) G_{\alpha\gamma}(\tau + \beta) = \pm G_{\alpha\gamma}(\tau)$$

Si  $\tau < 0$ :

$$\begin{aligned} G_{\alpha\gamma}(\tau + \beta) &= -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-K\beta} e^{K(\tau+\beta)} \psi_\alpha e^{-K(\tau+\beta)} \psi_\gamma^\dagger\} \\ &= -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{K\tau} \psi_\alpha e^{-K\tau} e^{-K\beta} \psi_\gamma^\dagger\} \\ &= -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-K\beta} \psi_\gamma^\dagger e^{K\tau} \psi_\alpha e^{-K\tau}\} \\ &= -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-K\beta} \psi_\gamma^\dagger(0) \psi_\alpha(\tau)\} \end{aligned}$$

Como  $\tau < 0$ :

$$= -Z^{-1} \text{Tr}\{e^{-K\beta} (\pm T[\psi_\alpha(\tau) \psi_\gamma^\dagger(0)])\} = \pm G_{\alpha\gamma}(\tau)$$

Analogamente:  $G_{\alpha\gamma}(\tau - \beta) = \pm G_{\alpha\gamma}(\tau)$  si  $\tau > 0$ .

# Frecuencias de Matsubara

Podemos expandir: 
$$G_{\alpha\gamma}(\tau) = \frac{1}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{i\pi n\tau}{\beta}} G_{\alpha\gamma}(n)$$

La transformación inversa es:

$$\begin{aligned} G_{\alpha\gamma}(n) &= \frac{1}{2} \int_{-\beta}^{\beta} d\tau e^{\frac{i\pi n\tau}{\beta}} G_{\alpha\gamma}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\beta}^0 d\tau e^{\frac{i\pi n\tau}{\beta}} G_{\alpha\gamma}(\tau) + \frac{1}{2} \int_0^{\beta} d\tau e^{\frac{i\pi n\tau}{\beta}} G_{\alpha\gamma}(\tau) = \\ & \frac{1}{2} \int_0^{\beta} d\tau e^{\frac{i\pi n(\tau+\beta)}{\beta}} \underbrace{G_{\alpha\gamma}(\tau+\beta)}_{\pm G_{\alpha\gamma}(\tau)} + \frac{1}{2} \int_0^{\beta} d\tau e^{\frac{i\pi n\tau}{\beta}} G_{\alpha\gamma}(\tau) = \frac{1 \pm e^{i\pi n}}{2} \int_0^{\beta} d\tau e^{\frac{i\pi n\tau}{\beta}} G_{\alpha\gamma}(\tau) \\ &= \int_0^{\beta} d\tau e^{i\omega_n\tau} G_{\alpha\gamma}(\tau) \quad \text{Con } \omega_n = \frac{2n\pi}{\beta} \text{ para } \underline{\text{bosones}} \text{ y } \omega_n = \frac{(2n+1)\pi}{\beta} \text{ para } \underline{\text{fermiones}}. \end{aligned}$$

$$G_{\alpha\gamma}(i\omega_n) = \int_0^{\beta} d\tau e^{i\omega_n\tau} G_{\alpha\gamma}(\tau) \quad \text{al pasar de } \tau \text{ a } t \text{ son frecuencias imaginarias " } i\omega_n \text{ "}$$

$$G_{\alpha\gamma}(\tau) = \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} e^{-i\omega_n\tau} G_{\alpha\gamma}(i\omega_n)$$

Incoherencia producida por fluctuaciones térmicas:

$$\Delta\omega = \omega_{n+1} - \omega_n = \frac{2\pi}{\beta} = 2\pi k_B T \rightarrow \Delta\tau = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \beta$$

# Sistema no interactuante

$$K = \sum (E_i - \mu) c_i^\dagger c_i = \sum \epsilon_i c_i^\dagger c_i$$

$$\langle c_i^\dagger c_j \rangle = \delta_{ij} \langle n(\epsilon_i) \rangle = \frac{\delta_{ij}}{1 + e^{\beta \epsilon_i}} = \delta_{ij} f_i \quad (\text{Asumimos que son fermiones})$$

$$\langle c_i c_j^\dagger \rangle = \delta_{ij} - \langle c_i^\dagger c_j \rangle = \delta_{ij} (1 - f_i) = \frac{\delta_{ij}}{1 + e^{-\beta \epsilon_i}}$$

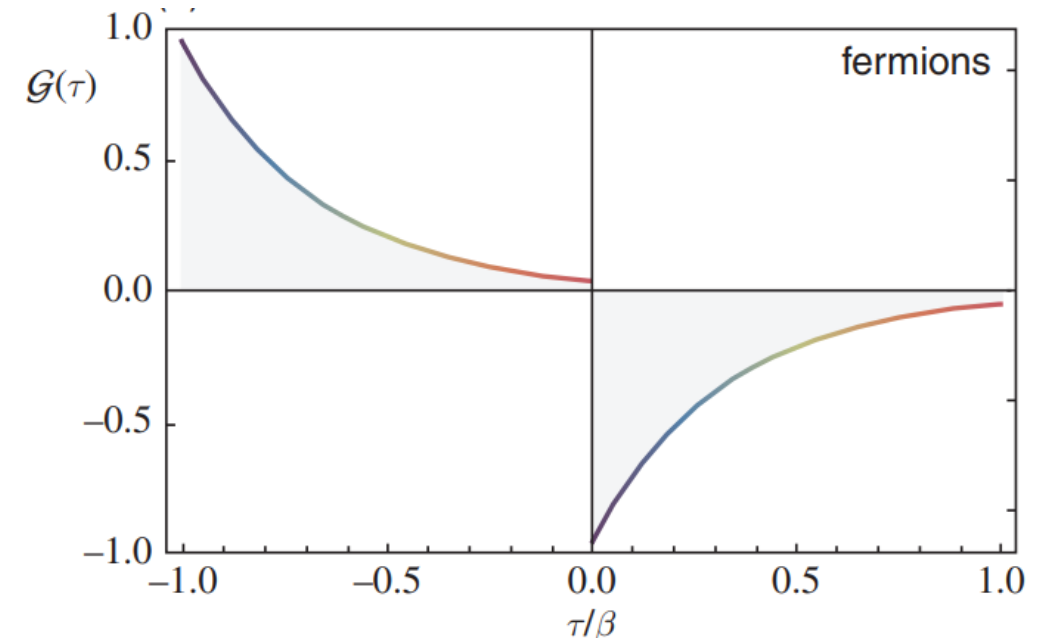
$$G_{ij}(\tau) = -Z^{-1} \text{Tr} \left\{ e^{-\beta K} T \left[ c_i(\tau) c_j^\dagger(0) \right] \right\} = -\delta_{ij} \langle T c_i c_i^\dagger \rangle \quad G_{ij}(\tau) \equiv \delta_{ij} G_i(\tau)$$

Usamos la definición de  $T$ :

$$G_i(\tau) = -\Theta(\tau) \langle c_i(\tau) c_i^\dagger(0) \rangle + \Theta(-\tau) \langle c_i^\dagger(0) c_i(\tau) \rangle$$

Usamos  $c_i(\tau) = e^{-\epsilon_i \tau} c_i$  y reemplazamos los  $\langle \dots \rangle$ :

$$\begin{aligned} G_i(\tau) &= -e^{-\epsilon_i \tau} [\Theta(\tau)(1 - f_i) - \Theta(-\tau)f_i] \\ &= e^{-\epsilon_i \tau} \left[ \frac{-\Theta(\tau)}{1 + e^{-\beta \epsilon_i}} + \frac{\Theta(-\tau)}{1 + e^{\beta \epsilon_i}} \right] \end{aligned}$$



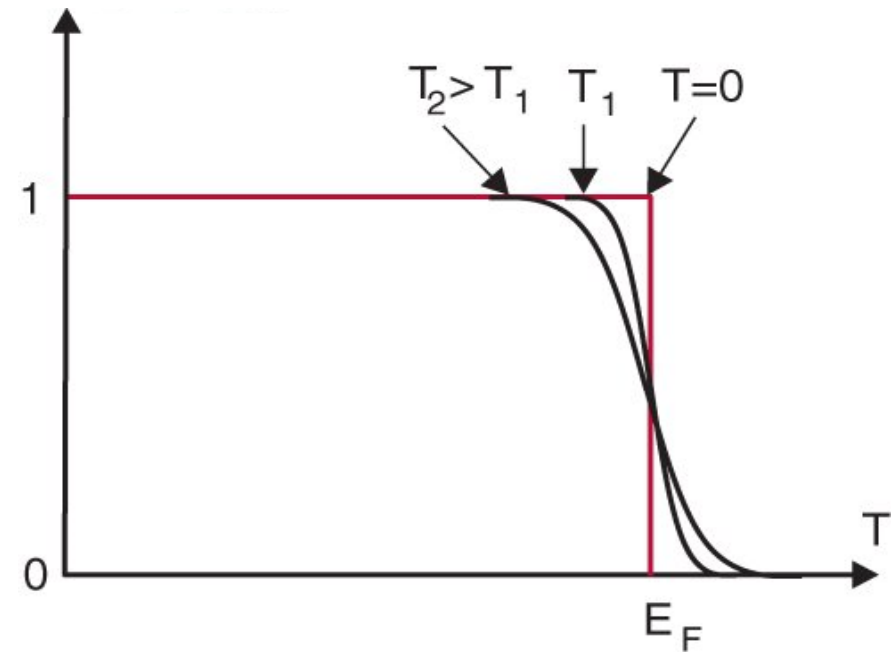
$$G_i(\tau) = -e^{-\epsilon_i \tau} \left[ \frac{\Theta(\tau)}{1 + e^{-\beta \epsilon_i}} - \frac{\Theta(-\tau)}{1 + e^{\beta \epsilon_i}} \right]$$

Si la temperature tiende a 0 ( $\beta \rightarrow \infty$ ):

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + e^{-\beta \epsilon_i}} = \Theta(\epsilon_i) = \Theta(E_i - \mu(T = 0)) = \Theta(E_i - E_F)$$

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + e^{\beta \epsilon_i}} = \Theta(-\epsilon_i) = \Theta(E_F - E_i)$$

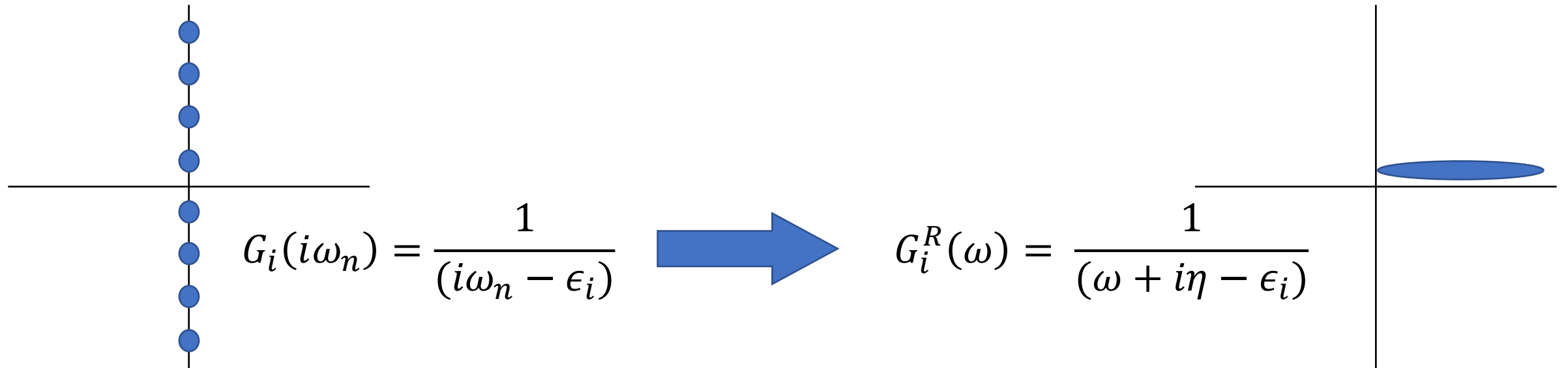
$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} G_i(\tau) = -e^{-(E_i - E_F)\tau} \left[ \underbrace{\Theta(\tau)\Theta(E_i - E_F)}_{\text{partícula}} - \underbrace{\Theta(-\tau)\Theta(E_F - E_i)}_{\text{hueco}} \right]$$



## Paso al dominio de frecuencia:

$$\begin{aligned}
 G_i(i\omega_n) &= \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n\tau} G_i(\tau) = \int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n\tau} \frac{-e^{-\epsilon_i\tau}}{1 + e^{-\beta\epsilon_i}} = \int_0^\beta d\tau \frac{-e^{(i\omega_n - \epsilon_i)\tau}}{1 + e^{-\beta\epsilon_i}} = \\
 &= \frac{1}{(i\omega_n - \epsilon_i)} \frac{1 - e^{(i\omega_n - \epsilon_i)\beta}}{1 + e^{-\beta\epsilon_i}} = \frac{1}{(i\omega_n - \epsilon_i)} \frac{1 - e^{(2n+1)\pi} e^{-\beta\epsilon_i}}{1 + e^{-\beta\epsilon_i}} = \frac{1}{(i\omega_n - \epsilon_i)}
 \end{aligned}$$

(para bosones se obtiene la misma expresión)



Se puede continuar analíticamente ( $i\omega_n \rightarrow \omega + i\eta$ ) hacia la función de Green retardada en tiempo real!

Picture de inetarcción: expansion de la función de Green

$$K = K_0 + V$$

$$O(\tau)_I \equiv e^{K_0\tau} O_S e^{-K_0\tau}$$

$$(T = 0) \quad iG_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t')$$

$$= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\langle \Phi_0 | S_\epsilon | \Phi_0 \rangle} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n e^{-\epsilon(|t_1| + \dots + |t_n|)} \langle \Phi_0 | T[V(t_1)_I \cdots V(t_n)_I \psi_\alpha(\mathbf{r}t)_I \psi_\gamma^\dagger(\mathbf{r}'t')_I] | \Phi_0 \rangle$$

$$(T > 0) \quad G_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}\tau, \mathbf{r}'\tau') = -\frac{1}{Z} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \int_0^\beta d\tau_1 \cdots \int_0^\beta d\tau_n \text{Tr}\{e^{-\beta K_0} T[V(\tau_1)_I \cdots V(\tau_n)_I \psi_\alpha(\mathbf{r}\tau)_I \psi_\gamma^\dagger(\mathbf{r}'\tau')_I]\}$$

(ahora no hay un encendido adiabático!)

- El teorema de Wick se puede generalizar a  $T > 0$ , definiendo:  $\widetilde{AB} = \text{Tr}\{\rho_0 T(AB)\}$
- Los factores asociados a cada diagrama de Feynman cambian un poco
- Se puede demostrar el linked cluster theorem
- También pueden calcular autoenergías, obtener la ecuación de Dyson, etc.



# Diagramas anómalos

$$G^{(0)}(\mathbf{k}\tau, \mathbf{k}'\tau') = \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} e^{-\epsilon_{\mathbf{k}}(\tau-\tau')} \Theta(\tau-\tau')(1-f_{\mathbf{k}}) - \Theta(\tau'-\tau)f_{\mathbf{k}}$$

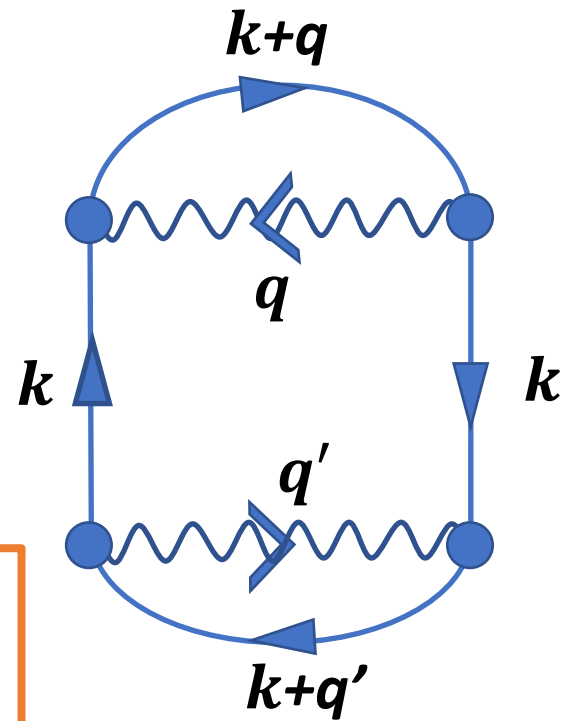
Para la **amplitud de vacío**, en Segundo orden aparece este diagrama:

$$A_{T=0}: \begin{cases} \Theta(k - k_F) \\ \Theta(k_F - k) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Izq.: partícula} \\ (k > k_F) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Der.: hueco} \\ (k < k_F) \end{array} \quad \rightarrow$$

Se desvanece el diagrama

$$A_{T>0}: \begin{cases} 1 - f_{\mathbf{k}} \\ f_{\mathbf{k}} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Izq.:} \\ \text{partícula/hueco} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Der.:} \\ \text{partícula/hueco} \end{array} \quad \rightarrow$$

El estado  $|\mathbf{k}\rangle$  tiene una prob.  $f_{\mathbf{k}}$  de estar ocupado y  $(1 - f_{\mathbf{k}})$  de estar desocupado



## LA CONTRIBUCIÓN DE ESTOS DIAGRAMAS PUEDE PERDURAR LUEGO DE HACER $T \rightarrow 0$

Al hacer el cálculo en  $T > 0$  y luego tomar el límite  $T \rightarrow 0$  obtenemos una energía más baja que en el cálculo con  $T = 0$

En  $T=0$ , el teorema de **Gell-Mann y Low** garantiza que el **encendido adiabático** da un **autoestado de H**, pero no necesariamente el estado fundamental.

El cálculo correcto es el que usa  $T>0$

## Algunas aplicaciones interesantes:

- Derivar ecuaciones de Hartree-Fock a T finito
- Calcular temperaturas de transición
- Thermal decay rates
- Thermal QFT

$t \in \mathbb{R}$	$t \in \mathbb{I}$
$t \in (-\infty, \infty)$	$it = \tau \in (-\beta, \beta)$
$iG_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}t, \mathbf{r}'t')$	$G_{\alpha\gamma}(\mathbf{r}\tau, \mathbf{r}'\tau')$
$\frac{\langle \Psi_0   T[\psi_\alpha(\mathbf{r}t)_H \psi_\gamma^\dagger(\mathbf{r}'t')_H]   \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0   \Psi_0 \rangle}$	$\frac{\sum_i \langle \Psi_i   \rho_G T[\psi_\alpha(\mathbf{r}\tau)_H \psi_\gamma^\dagger(\mathbf{r}'\tau')_H]   \Psi_i \rangle}{\sum_i \langle \Psi_i   \rho_G   \Psi_i \rangle}$
$\omega \in \mathbb{R}$	$i\omega_n = i\frac{2n\pi}{\beta} \text{ o } i\frac{(2n+1)\pi}{\beta}$
$\int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t}$	$\int_0^\beta d\tau e^{i\omega_n \tau}$
$\int d\omega e^{-i\omega t}$	$\frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} e^{-i\omega_n \tau}$
Expansión de Wick de la S-matrix	Expansión de Wick de Z
Encendido adiabático $\epsilon$	No requiere encendido adiabático