

# Física de muchos cuerpos/ Mecánica Cuántica de Muchas Partículas

DF-FCEN-UBA, Primer Cuatrimestre 2024

## Guía 1: Partículas idénticas

1. Considere un potencial armónico de frecuencia  $\omega$ . Para cada una de las siguientes situaciones, escriba el estado fundamental (o una base del subespacio fundamental en caso de estar degenerado) y su respectiva energía.
  - (a) Dos partículas distinguibles sometidas al potencial armónico.
  - (b) Dos bosones idénticos de spin 1 sometidos al potencial armónico.
  - (c) Dos fermiones idénticos de spin  $1/2$  sometidos al potencial armónico. Compare el caso de los dos fermiones y el de los dos bosones. ¿Cualquier estado es spin es posible en el estado fundamental? ¿Depende el Hamiltoniano del spin? Interprete.
  - (d) A continuación considere que se tienen dos fermiones idénticos de spin  $1/2$  en el potencial armónico. Suponga que se sabe que la parte de spin es simétrica ante el intercambio de las partículas. Escriba entonces el estado de menor energía compatible con esta condición sobre el spin.
  - (e) Finalmente, suponga que se tienen tres bosones idénticos de spin 1 sometidos al potencial armónico y que se sabe que la función de onda espacial es antisimétrica. Si es posible, escriba la parte de spin del estado tal que dos de los bosones tienen proyección de spin en  $z + \hbar$  y uno 0.
  - (f) Repita el inciso anterior tal que los tres bosones tienen proyección de spin en  $z + \hbar$ , 0 y  $-\hbar$ .
2. Sea  $\hat{h}_0$  el Hamiltoniano de una partícula. Asuma que este operador actúa exclusivamente sobre las variables orbitales del sistema y tiene tres niveles equidistantes de energía  $0, \hbar\omega_0, 2\hbar\omega_0$  (con  $\omega_0$  una constante real positiva). Note que estos niveles son no degenerados en el espacio orbital de estados  $\epsilon_r$ , pero en el espacio total su degeneración es  $2s + 1$ , donde  $s$  es el spin de la partícula. Desde el punto de vista de las variables orbitales, solo interesa el subespacio  $\epsilon_r$ , expandido por los tres autoestados correspondientes a  $\hat{h}_0$ . Considere un

sistema compuesto por tres electrones independientes, cuyo Hamiltoniano se escribe como

$$\hat{H} = \hat{h}_0(1) + \hat{h}_0(2) + \hat{h}_0(3). \quad (1)$$

- (a) Encuentre los niveles de energía de  $\hat{H}$  y su grado de degeneración asociado.
- (b) Repita el procedimiento anterior para un sistema de tres bosones idénticos de spin 0.
3. **Fermiones, antisimetrización, singlete, triplete.** Considere dos electrones confinados en un potencial y suponga que alcanza con trabajar con dos orbitales  $|\alpha\rangle$  y  $|\beta\rangle$ . Considerando también el grado de libertad de spin (ver la Sección X-B de suma de dos spines  $1/2$ , en concreto, Ecs. B-22 y B-23), escriba los autoestados de  $\hat{H}$  de los dos electrones y sus energías. ¿El estado fundamental es triplete o singlete? Expresar también los estados usando la base no acoplada  $|s_1, s_2\rangle$ .
4. Lea los enunciados de los problemas 3, 7, 8.I y 9.I del capítulo XIV del Cohen que están incluidos en el Complemento  $D_{XIV}$ .