

Percolación - 2º cuatrimestre 2014

Problema 1: Determinación de p_c

Considere redes cuadradas de lado $L = 4, 16, 32, 64, 128$.

- Estime el valor de la probabilidad crítica (p_c), registrando los valores de p para los cuales aparece el *cluster percolante*. Comience con $p = 1/2$, si el sistema percola repueble la red (usando la misma semilla de números pseudo-aleatorios) con $p = p - 1/4$. En caso contrario, use $p = p + 1/4$. Repita este procedimiento sumando o restando $1/8, 1/16, \dots$, hasta alcanzar la precisión deseada. Promedie luego sobre diferentes realizaciones de la red (semillas).
- Calcule la probabilidad de aparición del cluster percolante $F(p) dp$ cuando $p \in [p, p + dp]$. Estime $p_c(L)$ como el valor de p para el cual la red percola al menos la mitad de las veces. Compare con el método anterior.
- Estudie cómo se comporta la dispersión de los valores obtenidos en los puntos anteriores para p_c , en función del tamaño del sistema.
- Utilizando los resultados anteriores para fijar un rango de búsqueda, emplee el ajuste χ^2 a la distribución de fragmentos para determinar $p_c(L)$. Recuerde que $n_s(p_c) \sim s^{-\tau}$, por lo que $\ln(n_s)$ vs. s debe ajustarse mediante una recta cuando $p = p_c$.

Problema 2: P_∞

Calcule la intensidad del cluster percolante P_∞ en función de p para diversos tamaños de red.

Problema 3: dimensión fractal

Encuentre la masa M del cluster percolante para $p = p_c$ como función de L . Calcule la dimensión fractal involucrada.

Problema 4: hipótesis de *scaling*

Según la hipótesis de *scaling* $n_s(p) = q_0 s^{-\tau} f(z)$ con $z = s^\sigma \epsilon$. Pues bien, encuentre la función de scaling $f(z)$. Utilice para ello una red de $L = 64$, el valor de τ ya calculado en el punto 1(d) y el valor de σ correspondiente a $L = \infty$. Utilice eventos provenientes de un amplio rango de p , considerando sólo fragmentos $0.01 < s/s_0 < 0.12$.

Problema 5: exponente σ

Conociendo ya la forma cualitativa de $f(z)$ estime el valor del exponente crítico σ . Para ello, estudie para clusters de tamaño $1 \leq s \leq 15$, cuál es el valor de ϵ_s para el cual la producción de fragmentos de tamaño s se maximiza.

Problema 6: γ -matching

Para $L = 6, 128$ encuentre el exponente crítico γ . Para ello, estudie el comportamiento cerca de $\epsilon = 0$ de

$$m_2(p) = \sum_{s=1}^{s_\infty} n_s s^2 \sim c_\pm |\epsilon|^{-\gamma} \quad (1)$$

Problema 7: Grupo de renormalización

Enumere las configuraciones percolantes para una celda $b = 2$. Encuentre la relación de recursión correspondiente y los puntos fijos asociados. Utilice diversos criterios de *percolación interna* y compare. Encuentre p^* y ν .