Física Teórica 1 - Primer cuatrimestre de 2008

Primer parcial (19/05/08)

Problema 1

El cilindro de la figura 1 tiene altura L y radio a, y sus tapas están a potencial cero. La superficie lateral ha sido dividida en dos mitades, según un corte con un plano que contiene al eje. Sobre una mitad el potencial electrostático es V y sobre la otra es $-V$. Se pide encontrar el potencial en el interior del cilindro.

Problema 2

Las esferas de la figura 2 tienen radios a y b, son conductoras y están aisladas. La esfera de radio a tiene una carga libre Q y la de radio b, $-Q$. Entre $\theta = 0$ y $\theta = \pi/2$ el espacio entre las esferas está ocupado por un medio dieléctrico homogéneo de permitividad ε.

1) Encuentre el potencial electrostático en todo el espacio.
2) Encuentre los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{D}$ en la región entre las dos esferas.
3) Encuentre la distribución de carga libre, de polarización y de carga neta.
4) ¿Qué puede decir acerca del desarrollo multipolar del sistema?

Problema 3

El imán de la figura 3 está formado por un material de magnetización uniforme $\mathbf{M} = M\hat{z}$ que ocupa la región $a \leq r \leq b$, $0 \leq \varphi < 2\pi$ y $0 \leq \theta \leq \pi/2$.

1) Escribir $\mathbf{H}$ y $\mathbf{B}$ en todo el espacio en términos de un potencial escalar magnético Φ a determinar.
2) Encontrar el potencial escalar magnético Φ en todo el espacio desarrollado en series de armónicos esféricos o polinomios de Legendre.
3) Escribir el primer término no nulo del desarrollo en potencias de r para el campo $\mathbf{B}$, válido para puntos cercanos al centro de la base del imán.
4) A partir del punto anterior, ¿cuánto vale $\mathbf{B}$ en el centro de la base del imán? Además, demuestre este mismo resultado usando argumentos de simetría y la ley de Biot y Savart, sin usar la solución explícita del problema.
5) Escriba el primer término no nulo del desarrollo en potencias de $1/r$ para $\mathbf{B}$ lejos del imán. Interprete.

Fórmulas útiles: $$\int_0^1 dx\, xP_0(x) = 1/2, \qquad \int_0^1 dx\, xP_1(x) = 1/3.$$

$$\int_0^1 dx\, xP_{2l}(x) = \frac{(-1)^{l+1}\,(2l-3)!!}{4l(l+1)\,(2l-2)!!}, \qquad \int_0^1 dx\, xP_{2l+1}(x) = 0, \qquad l \geq 1.$$

$$\sqrt{1+x^2} = 1 + \sum_{l=0}^{\infty} \frac{P_{2l}(0)}{2l+2}\, x^{2l+2}, \qquad x \leq 1.$$

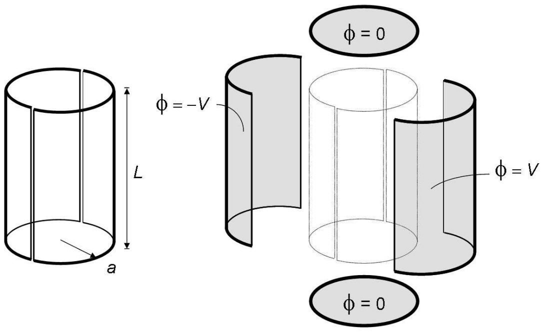

Figura 1

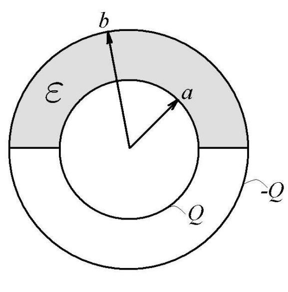

Figura 2

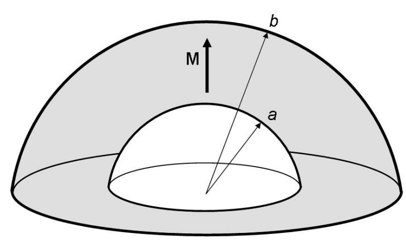

Figura 3