Física Teórica 1 - Primer cuatrimestre de 2008

Recuperatorio primer parcial (11/07/08)

Problema 1:

En la figura 1, un hilo de longitud L y densidad de carga λ tiene la dirección de una recta que pasa por el centro de una esfera conductora de radio a y potencial V.

a) Calcular el potencial en todo el espacio desarrollándolo en serie de polinomios de Legendre.

b) Hallar los momentos multipolares de esta configuración.

Problema 2: imán de Mallinson

Un imán está limitado por los planos $z = 0$ y $z = -d$ y se extiende en x y en y entre $-\infty$ y $+\infty$. La magnetización dentro del imán está dada por

$$m_x(x) = m_0 \operatorname{sen} k_0 x,\; m_z(x) = m_0 \cos k_0 x,\; m_y = 0,$$

donde $k_0 > 0$.

a) Calcule el potencial magnético en todo el espacio.

b) Calcule el campo magnético en todo el espacio.

Ayudas: i) Para encontrar el potencial magnético dentro del imán, proponga una solución del tipo $\phi = \phi_{\mathrm{H}} + \phi_{\mathrm{NH}}$, donde ϕ_{H} es solución de la ecuación de Laplace, y ϕ_{NH} es una solución particular de la ecuación de Poisson, que en este problema es muy fácil de encontrar y puede elegirse función solo de x. ii) Bibliografía: Mallinson, J. C., "One-sided Fluxes - A Magnetic Curiosity?", *IEEE Trans. Magn.*, vol. MAG-9, pp. 678-682, Dec. 1973.

Problema 3:

Un solenoide infinito tiene radio a y n vueltas por unidad de longitud.

a) En el caso que ilustra la figura 2.a, el solenoide transporta una corriente constante I_0. Use el tensor de Maxwell para encontrar la fuerza por unidad de longitud que se ejerce sobre un sector del solenoide definido por los ángulos $\phi = 0$ y $\phi = \phi_1 \leq 2\pi$.

b) Suponga ahora que la corriente es $I = I_0 \operatorname{sen} \omega t$. El teorema de Poynting asegura que

$$\frac{d}{dt}\left(E_{\mathrm{mec}} + E_{\mathrm{campos}}\right) = -\oint_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{S}\, da, \tag{1}$$

donde $dE_{\mathrm{mec}}/dt = \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}\, d^3x$, $E_{\mathrm{campos}} = (8\pi)^{-1} \int_V (E^2 + B^2)\, d^3x$ y $\mathbf{S} = (4\pi)^{-1} c\, \mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Hasta primer orden en la aproximación cuasiestacionaria, verifique explícitamente que se cumple el teorema de Poynting en los dos volúmenes cilíndricos de altura l indicados en la figuras 2.b y 2.c respectivamente, uno de radio apenas menor que a y otro de radio apenas mayor.

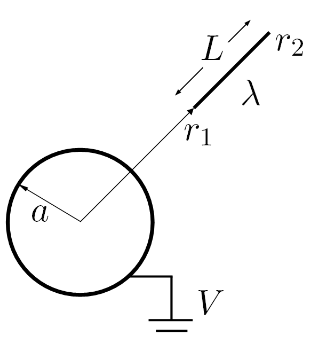

figura 1

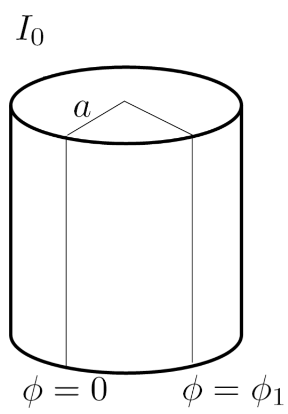

figura 2.a

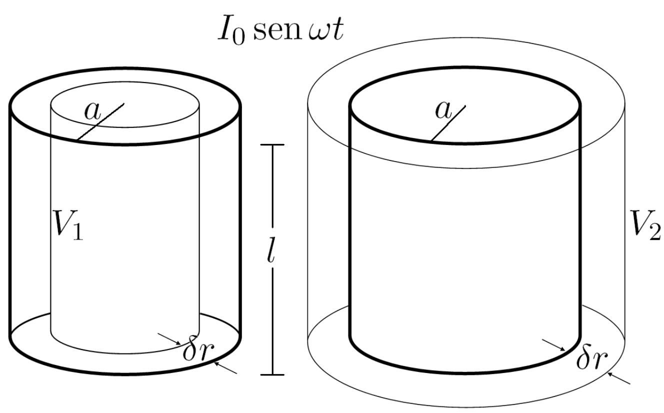

figura 2.b

figura 2.c