Física Teórica 1 - 1er cuatrimestre de 2009

Recuperatorio del 1er parcial (5/8/2009)

1. Un cilindro circular recto de radio a y altura h está a potencial V (fig. 1). A mitad de su altura hay un disco del mismo radio a, cargado con densidad de carga superficial σ. Encuentre el potencial electrostático dentro del cilindro.

2. Una esfera magnetizable de radio a y permeabilidad μ está cubierta por un arrollamiento de cable que transporta una corriente constante I y que tiene $n(\theta)$ vueltas por unidad de longitud (fig. 2 a). La función $n(\theta)$ es tal que dentro de la esfera el campo magnético es uniforme $B_0\hat{z}$, y fuera es el campo de un dipolo m orientado en la dirección $\hat{z}$.

   (a) ¿Cuál es la función $n(\theta)$? Tómese como dato $n(\pi/2) = n_0$.

   (b) Escriba $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$ en todo el espacio en términos de n_0, I, μ y a. ¿Cuánto valen B_0 y m?

   (c) Considere ahora que la corriente I es una función de t, cuyo tiempo característico de evolución es τ, es decir $\dot{I} \sim I/\tau$. ¿Qué condición debe satisfacer τ para que tenga sentido aplicar la aproximación cuasiestacionaria?

   (d) Encuentre $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ en la aproximación cuasiestacionaria.

   (e) Verifique explícitamente que a primer orden en $1/\tau$ se cumple el teorema de Poynting

   $$\frac{\partial u}{\partial t} + \int_V dr^3\, \mathbf{E}\cdot\mathbf{J} = -\oint \frac{c}{4\pi}\,(\mathbf{E}\times\mathbf{H})\cdot\hat{n}\, da, \text{ con } \quad u = \int_V dr^3\, \frac{1}{8\pi}(\mathbf{E}\cdot\mathbf{D} + \mathbf{B}\cdot\mathbf{H}),$$

   para el volumen V limitado por una esfera de radio apenas mayor que a (fig. 2 b).

3. El plano $z = 0$ divide al espacio en dos regiones, una con permitividad ϵ_1 y la otra con ϵ_2 (fig. 3).

   (a) Deduzca, copie de un libro, adivine o conjeture el potencial electrostático en todo el espacio para una carga de valor q ubicada sobre el eje z, contemplando las tres alternativas posibles: i) $z > 0$, ii) $z < 0$ y iii) $z = 0$.

   (b) Considere el potencial $\Phi_z(\mathbf{r})$ producido en $\mathbf{r}$ por la carga ubicada en $z\,\hat{z}$. A partir de las expresiones encontradas en el ítem anterior, halle el $\lim_{z\to 0^+}\Phi_z(\mathbf{r})$ y el $\lim_{z\to 0^-}\Phi_z(\mathbf{r})$. Compárelos entre sí y con la expresión de $\Phi_0(\mathbf{r})$. ¿Es necesario considerar $z = 0$ como un caso separado?

   (c) Usando los resultados anteriores, siguiendo el procedimiento de límite que considere más práctico, encuentre el potencial electrostático en todo el espacio producido por un dipolo puntual ubicado en $\mathbf{r} = 0$. ¿Depende la solución del modo en que se hagan tender las cargas a la interfase?

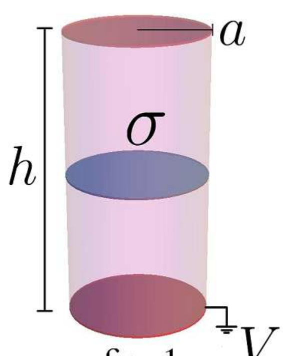

fig. 1

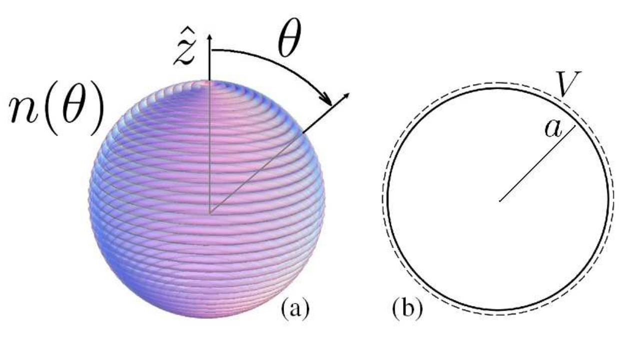

fig. 2

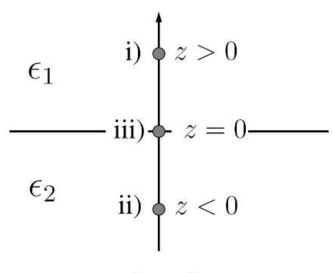

fig. 3