Física Teórica 1 – 2do. cuatrimestre de 2015 – segundo parcial (25/11)

■ **Problema 1**. Desde el detector D en la figura puede seguirse el paso de partículas cargadas a lo largo de un pequeño segmento del eje z. El segmento tiene longitud a y está centrado en el origen. Las partículas viajan hacia la derecha. El detector está fijo a una distancia del origen $R \gg a$, forma un ángulo α con el eje z y es sensible a la intensidad de la radiación electromagnética. Las partículas se mueven a lo largo del eje z con una velocidad y una aceleración que pueden considerarse constantes durante el breve intervalo de tiempo que tardan en cruzar el segmento observado desde D. A tiempo t se detecta en D el paso de una partícula, en la forma de un flash de duración τ e intensidad I.

a) ¿Cuánto vale la velocidad aparente $\boldsymbol{\beta}_{\text{ap}} = \beta_{\text{ap}}\,\hat{z}$ de la partícula vista desde D? (1 pt)

b) Suponga que conoce la carga q de la partícula y su aceleración aparente $\dot{\boldsymbol{\beta}}_{\text{ap}} = \dot{\beta}_{\text{ap}}\,\hat{z}$ vista desde D, con un error a lo sumo de orden $1/R$. Con la misma precisión, ¿cuál es la aceleración retardada? (3 pts)

c) Encuentre el campo eléctrico de radiación $\mathbf{E}_{\text{rad}}(\varphi, \theta)$ a tiempo t sobre todos los puntos de una esfera de radio R centrada en el origen. Ojo, t no es un tiempo genérico, es el tiempo al que se detecta en D el paso de la partícula. (3 pts)

d) Suponga que no conoce ni la carga ni la aceleración de la partícula, pero que puede medir la intensidad I de la radiación en el detector D. ¿Cuánto vale el producto $|q\dot{\beta}_{\text{ap}}|$? (2 pts)

e) ¿Cómo podría averiguar, mediante otras mediciones hechas en D, el signo de $q\dot{\beta}_{\text{ap}}$? ¿Es posible obtener a través del campo de radiación información sobre el signo de q y $\dot{\beta}_{\text{ap}}$ por separado? (1 pt)

■ **Problema 2**. En el sistema de laboratorio (sistema S) un medio dieléctrico se mueve con velocidad $\mathbf{v} = v\,\hat{x}$, como muestra la figura. El dieléctrico tiene índice de refracción n y permeabilidad $\mu = 1$. A tiempo $t = 0$ ocupa todo el semiespacio $x > 0$. En S hay una onda plana, de frecuencia ω_i y dirección de propagación $\hat{k}_i = \hat{x}$, que incide sobre el dieléctrico. La amplitud del campo eléctrico de la onda incidente es $\mathbf{E}_i = E_i\,\hat{z}$.

a) Encuentre la onda reflejada y la onda transmitida en S. Esto es, dar para cada onda su frecuencia, vector de onda y amplitudes de los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$. (7 pts)

b) Para este caso de incidencia normal: ¿cuál es la relación de dispersión $|\mathbf{k}_t(\omega_t)|$ para la onda transmitida? Es decir, la relación análoga a la que vale en un medio en reposo, $|\mathbf{k}(\omega)| = n\omega/c$. (1.5 pts)

c) ¿Cuál es la relación entre los módulos de $\mathbf{E}_t$ y $\mathbf{B}_t$? Verificar que $\mathbf{k}_t \times \mathbf{E}_t = \dfrac{\omega_t}{c}\,\mathbf{B}_t$. (1.5 pts)

■ **Problema 3**. Dos cargas, de valores q y $-q$, se mueven sobre el eje z, como muestra la figura. La posición de la carga q es $z(t) = a\sin\omega t$, y la de la carga $-q$ es $-z(t)$.

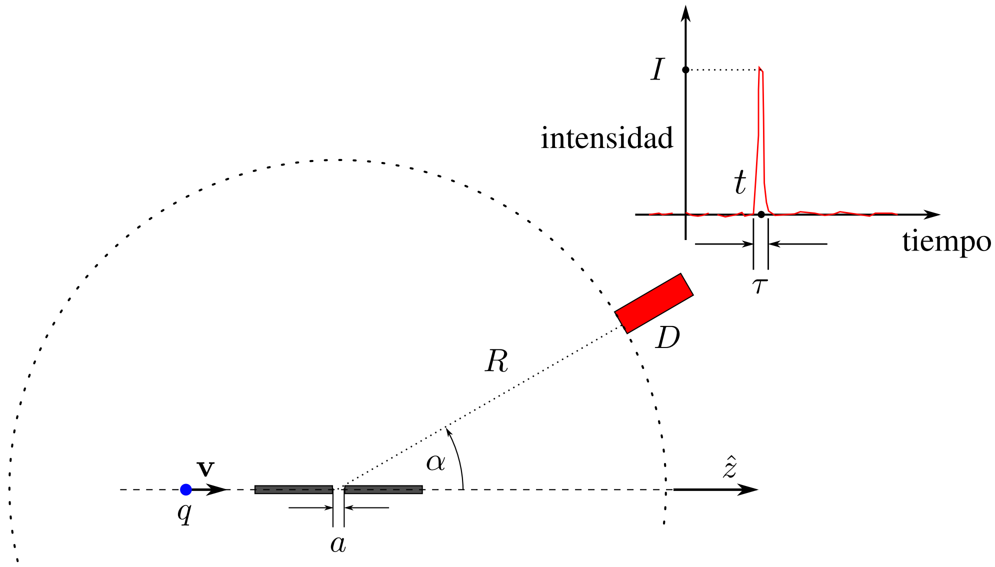
a) Calcular los campos de radiación $\mathbf{E}_{\text{rad}}(\mathbf{R}, t)$ y $\mathbf{B}_{\text{rad}}(\mathbf{R}, t)$ incluyendo los órdenes dipolar eléctrico, dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico. (5 pts)

b) Graficar $\mathbf{E}_{\text{rad}}$ y $\mathbf{B}_{\text{rad}}$ sobre la superficie de una esfera en función del tiempo. Grafique cada orden por separado. Elija puntos representativos, indique esquemáticamente la evolución de cada campo. (2 pts)

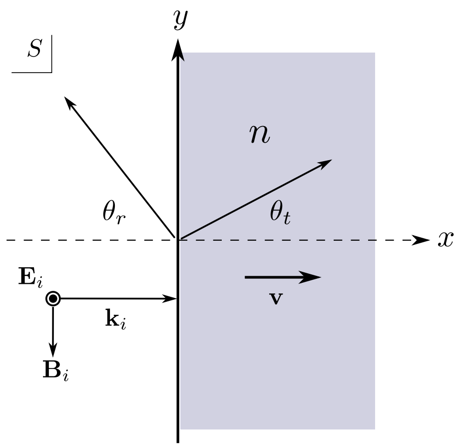
c) Calcular la potencia media emitida por unidad de ángulo sólido. Graficar cualitativamente en función de la dirección. (2 pts)

d) Calcular la potencia media total emitida en todas direcciones. (1 pt)

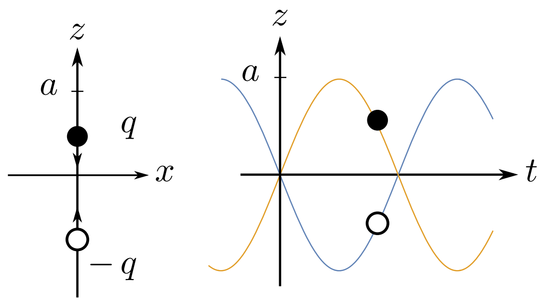
Figuras:



problema 1



problema 2



problema 3

Fórmulas útiles:

- El campo de radiación de una carga: $\mathbf{E}_{\rm rad}(\mathbf{R},t) = \dfrac{q}{cR}\,\hat{R}\times\left[\dfrac{(\hat{R}-\boldsymbol{\beta})\times\dot{\boldsymbol{\beta}}}{(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\hat{R})^3}\right]_{t'} = \dfrac{q}{cR}\,\hat{R}\times\left[\hat{R}\times\dot{\boldsymbol{\beta}}_{\rm ap}(t)\right].$

- La relación entre los diferenciales del tiempo retardado y del tiempo de observación:
$$\frac{dt'}{dt} = \frac{1}{1-\boldsymbol{\beta}(t')\cdot\mathbf{n}(t')} = 1+\boldsymbol{\beta}_{\rm ap}(t)\cdot\mathbf{n}_{\rm ap}(t).$$

- La intensidad (potencia por unidad de ángulo sólido) del campo de radiación en un punto $\mathbf{R}$ a tiempo t:
$$I(\mathbf{R},t) = R^2\,\mathbf{S}(\mathbf{R},t)\cdot\hat{R}, \qquad \mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}\,\mathbf{E}\times\mathbf{B}.$$

- El campo de radiación hasta orden $1/c$ para un sistema acotado:
$$\mathbf{E}_{\rm rad}(\mathbf{R},t) = \frac{\hat{R}}{c^2R}\times\left[\hat{R}\times\ddot{\mathbf{d}}+\frac{1}{6c}\hat{R}\times\dddot{\mathbf{D}}+\ddot{\mathbf{m}}\right]_{t-R/c},$$
donde
$$\mathbf{D} = \hat{R}\cdot\mathbf{Q}, \qquad \mathbf{Q} = \int d^3r\,\rho(\mathbf{r},t)\left[3\,\mathbf{r}\mathbf{r}-r^2\mathbf{I}\right].$$

Se aprueba con un mínimo de 15 puntos y dos problemas con un mínimo de 5.