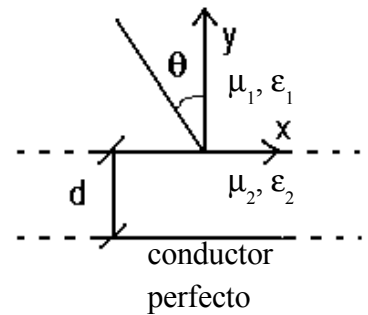
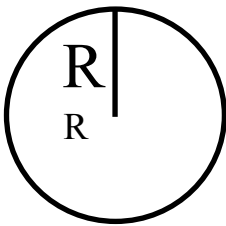


**Física Teórica 1 - 1er. Cuatrimestre 2003 - Dr. Ricardo Depine**  
**Recuperatorio 2do. Parcial - 14/07/03**

**Problema 1.** Una onda electromagnética plana con polarización TM incide desde un medio lineal, isótropo y homogéneo (permitividad  $\epsilon_1$ , permeabilidad  $\mu_1$ ) sobre una capa de espesor  $d$ , de otro material lineal, isótropo y homogéneo (permitividad  $\epsilon_2$ , permeabilidad  $\mu_2$ ). Dicha lámina está depositada sobre un plano perfectamente conductor, como se muestra en la figura.



- a) Hallar la densidad de corriente sobre cada una de las dos superficies de separación.
- b) Si la onda incidente tuviera polarización TE, ¿qué dirección tendría la densidad de corriente sobre el plano conductor? Justifique.



**Problema 2.** Se tiene una guía de ondas cilíndrica, de paredes perfectamente conductoras y de sección circular (radio  $R$ ). En el interior de esta guía y a lo largo de toda su extensión, se suelda perpendicular a la pared, una chapa metálica de ancho  $R$ , como se indica en la figura.

- a) Determinar la distribución espacial de modos TM y las frecuencias de corte.
- b) Idem a), pero para los modos TE
- c) ¿Soporta esta guía la propagación de modos TEM?

**Optativo (1 punto adicional)**

Para una guía de ondas de sección rectangular, calcule el rango de frecuencias en el cual sólo se propaga un sólo modo (el más bajo). Considere que la sección de la guía tiene las siguientes dimensiones:

- i) 20cm por 15cm      ii) 2cm por 1.5cm      iii) 2cm por 2cm

**Problema 3. Observando objetos en movimiento**

En este problema se estudian la forma y las dimensiones de ciertos objetos simples en movimiento.

La luz que nos llega desde distintos puntos de un objeto extenso, no ha sido emitida en el mismo instante desde cada punto del objeto, debido a las diferencias de trayecto. Por ejemplo: el objeto extenso puede ser la Cruz del Sur. La imagen que vemos en un momento dado, está compuesta por luz que ha sido emitida por cada estrella en un momento que depende de la distancia particular entre la estrella y la Tierra, y las diferencias entre los tiempos de emisión desde cada estrella pueden ser de varios años.

La relación entre el tiempo de emisión,  $t'$ , y el tiempo de observación en el origen del sistema de coordenadas,  $t$ , para la luz emitida por una partícula que sigue una trayectoria  $r(t)$ , es

$$c(t - t') = r(t'). \quad (1)$$

Esta ecuación, que tiene a lo sumo una solución, permite encontrar la función  $t'(t)$ .

- a) Según esto, ¿cuál es la posición de la partícula vista desde el origen en un tiempo  $t$ ?
- b) Suponga que una partícula se mueve a velocidad constante  $\vec{v} = v\hat{x}$ . A tiempo cero la partícula está en  $\vec{r}_0 = x_0\hat{x} + y_0\hat{y}$ . Encuentre la trayectoria de la partícula,  $(x(t), y(t))$ , tal como es vista desde el origen del sistema de coordenadas.

Resuelva a elección una de las opciones siguientes:

**Opción 1.** Considere una regla de longitud infinita, según la dirección  $\hat{y}$ , que se mueve con velocidad  $\vec{v} = v\hat{x}$ , y que en el instante  $t = 0$  coincide con el eje  $y$ . Cada punto de la regla sigue entonces una trayectoria como la del ítem (b).

c1) Demuestre que la imagen de la regla, vista desde el origen, corresponde a la rama de una hipérbola con vértices en el eje  $x$ .

c2) Suponga  $v > 0$ . Dibuje la imagen de la regla en  $t = 0$ .

c3) Considere el punto de la regla que se encuentra sobre el eje  $x$ . Tomando  $v > 0$ , demuestre que la velocidad de acercamiento observada desde el origen puede ser arbitrariamente mayor que  $c$ . El punto en cuestión es efectivamente un punto material, con cierta masa: ¿Qué pasó con el límite superior de velocidad de propagación? (Ayuda: Puede usar los resultados anteriores, particularizándolos al punto de la regla que está considerando, pero quizá sea más sencillo rehacer los cálculos desde un principio, puesto que la ecuación (1) se resuelve muy fácilmente para puntos sobre el eje  $x$ .)

**Opción 2.** Una regla está apoyada paralelamente sobre el eje  $x$ , y se mueve con velocidad  $\vec{v} = v\hat{x}$ , con  $v > 0$ . La longitud de la regla, medida en el sistema en que se encuentra en movimiento, es  $L$ . El centro de la regla pasa por el origen en  $t = 0$ . Cada punto de la regla sigue entonces una trayectoria como la del ítem (b).

d1) ¿Cuál es a tiempo  $t$  la longitud de la regla vista desde el origen de coordenadas?

d2) ¿Para qué tiempo  $t_L$ , el observador en el origen ve que la regla mide exactamente  $L$ ? (Ayuda: casi sin cálculos)

d3) Para  $t \longrightarrow \pm\infty$  la longitud de la regla toma valores límite. Demuéstrese que para  $t \longrightarrow -\infty$  la longitud observada, como función de  $v$ , puede ser arbitrariamente mayor que la longitud propia de la regla. ¿Qué pasó con la contracción de Lorentz? (Ayuda:  $+\sqrt{t^2} = |t|$ .)

Para después del examen: sobre la forma de objetos en movimiento y la posibilidad de ver las contracciones de Lorentz y otros efectos relativistas, pueden consultarse: J. Terrell, *Phys. Rev.* **116**, 1041 (1959); V. F. Weisskopf, *Phys. Today*, **13**, 24 (1960), y G. D. Scott y M. R. Viner, *Am. J. Phys.*, **33**, 534 (1965). El libro de A. P. French, *Relatividad Especial*, Ed. Reverté, cap. 5 (1974), presenta también algunos ejemplos de cómo se "ven" los relojes en movimiento. En el tiempo de estos artículos, las computadoras no eran lo que son. Con los resultados del punto (b), más los efectos de la perspectiva, no le resultará difícil, usando algún programa como el Mathematica, obtener la evolución animada de las imágenes de objetos simples que se mueven rápidamente: cuadrículas, circunferencias, triángulos, cubos, etc. Esto es cine relativista.

**Problema 4.** Se tiene una varilla delgada de longitud  $L$  que rota con frecuencia angular  $\omega_0$  alrededor de un eje perpendicular fijo que pasa por su centro. Las dos mitades de la varilla están uniformemente cargadas, una con carga total  $Q$  y la otra con  $-Q$ .

a) Calcule el primer término multipolar no nulo de los campos de radiación emitidos por este sistema.

b) Encuentre la polarización de estos campos.