

Física Teórica 1 – 2do. cuatrimestre de 2015 – primer recuperatorio (2/12)

■ **Problema 1.** Una carga puntual q está en el centro de un cilindro conductor de radio a y altura L , centrado en el origen y a potencial cero. Respetando la elección del origen y con los ejes como muestra la figura:

- a) Encontrar el potencial electrostático $\Phi(\rho, z, \varphi)$ en todo el espacio. (5 pts)
- b) El potencial Φ es la suma del potencial de la carga en el origen, Φ_q , más el potencial de las cargas inducidas en el cilindro, Φ_σ . En el exterior del cilindro, ¿a qué sencilla función es igual $\Phi_\sigma(\mathbf{r})$? (2 pts)
- c) Un cilindro de radio a y altura L está centrado en el origen. ¿Qué distribución de carga debe fijarse sobre su superficie para que el potencial en su exterior sea igual al de una carga q en el origen? (3 pts)

■ **Problema 2.** La figura muestra una carga q dentro de una cavidad vacía, rodeada por un medio dieléctrico de permitividad ϵ , que a su vez está encerrado por una esfera conductora a potencial cero. El orden de los radios es $r' < a < b$. Puede elegir el origen y los ejes que quiera. Encontrar:

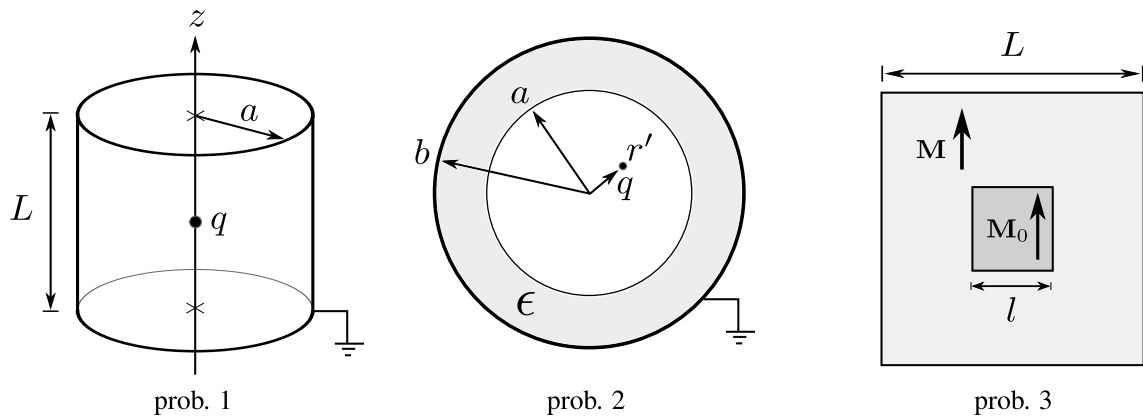
- a) el potencial electrostático en todo el espacio, (5 pts)
- b) la carga total de polarización y la carga total libre en las superficies $r = a$ y $r = b$, (2 pts)
- c) el potencial electrostático en todo el espacio en el límite en que $\epsilon \rightarrow \infty$. (1 pt)
- d) En el límite en que $\epsilon \rightarrow \infty$, el potencial en el interior de la cavidad es equivalente al producido por unas pocas cargas puntuales. Identifique estas cargas y sus posiciones. Interprete el resultado. (2 pts)

■ **Problema 3.** Un imán cúbico de lado L tiene densidad de magnetización $\mathbf{M}$ normal a una de sus caras. El imán tiene una cavidad cúbica de lado $l < L$. El centro de la cavidad coincide con el centro del imán y sus caras están orientadas paralelamente. Dentro de la cavidad la densidad de magnetización es $\mathbf{M}_0$, paralela a $\mathbf{M}$. Puede elegir el origen y los ejes que quiera.

- a) Encontrar $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$ en todo el espacio. (Alcanza con dar los campos en términos de un potencial, vectorial o escalar. En tal caso, el potencial debe quedar escrito como un desarrollo o serie de funciones ortogonales en, al menos, una coordenada, y **no** como una integral de Poisson sin evaluar.) (5 pts)
- b) Calcular $\mathbf{B}$ en primera aproximación para distancias mucho mayores que L . (2.5 pts)
- c) Muy mal asesorada por los aquí presentes, Susana Giménez (homónima de la popular conductora, pero sin ninguna relación con ésta) pasa ahora sus días a la sombra. Sus admiradores deciden hacerle llegar un poderoso imán para alegrarle los días del encierro. El imán es cúbico, tiene lado l y está compuesto por un material con una densidad de magnetización formidable, M_0 . Para evitar que este imán sea confiscado, deciden disimularlo dentro de un imán cúbico ordinario, de magnetización $M = M_0/1000$. La geometría es la misma que la considerada en los ítems anteriores. ¿Qué condición debe cumplirse (en términos de las dimensiones L y l , y de la orientación relativa de $\mathbf{M}_0$ respecto de $\mathbf{M}$) para que el imán tenga baja probabilidad de ser detectado por los magnetómetros de la prisión? (2.5 pts)

(Se aprueba con un mínimo de 15 puntos y dos problemas con un mínimo de 5.)

Figuras:



Fórmulas útiles:

- El potencial, en esféricas, de una carga q sobre el semieje z positivo, ubicada a una distancia r' del origen y dentro de una esfera conductora de radio b a potencial cero:

$$\Phi_q(r, \theta) = q \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \theta) \left[\left(\frac{r_{<}^l}{r_{>}^{l+1}} \right)_{r'} - \frac{r'^l r'^l}{b^{2l+1}} \right].$$

- Una relación de ortogonalidad:

$$\int_0^a d\rho \rho J_\nu \left(\frac{x_{\nu n}}{a} \rho \right) J_\nu \left(\frac{x_{\nu n'}}{a} \rho \right) = \delta_{n,n'} \frac{a^2 J_{|\nu|+1}^2(x_{\nu n})}{2}.$$

- Otra etc.:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \cos(kx) \cos(k'x) = \pi \delta(k - k').$$

- Una identidad: $I'_\nu(x) K_\nu(x) - I_\nu(x) K'_\nu(x) = x^{-1}$.