Física Teórica 1 – 2do. cuatrimestre de 2015 – segundo recuperatorio (9/12)

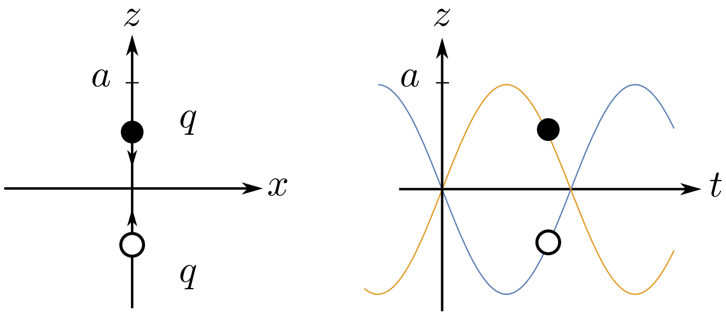
■ **Problema 1**. Dos cargas de valor q se mueven sobre el eje z, como muestra la figura. La posición de una de las cargas es $z(t) = a \sin \omega t$, y la posición de la otra es $-z(t)$.

a) Calcular los campos de radiación $\mathbf{E}_{\text{rad}}(\mathbf{R}, t)$ y $\mathbf{B}_{\text{rad}}(\mathbf{R}, t)$ incluyendo los términos dipolar eléctrico, dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico. (5 pts)

b) Graficar $\mathbf{E}_{\text{rad}}$ y $\mathbf{B}_{\text{rad}}$ sobre la superficie de una esfera. Grafique cada orden por separado. Elija puntos representativos, indique esquemáticamente la evolución de cada campo. (2 pts)

c) Calcular la potencia media por unidad de ángulo sólido. Graficar en función de la dirección. (2 pts)

d) Calcular la potencia media total emitida en todas direcciones. (1 pt)



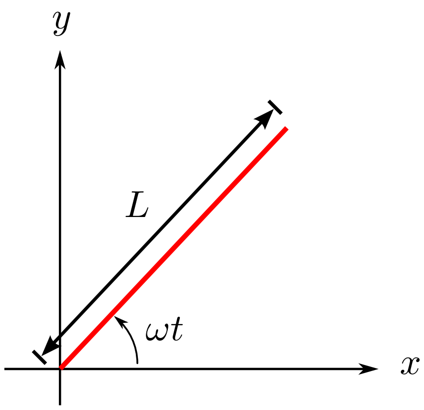
■ **Problema 2**. Una varilla de longitud L está cargada uniformemente con densidad lineal λ. La varilla tiene un extremo fijo al origen y gira sobre el plano xy con velocidad angular ω, tal que a tiempo cero está sobre el eje x y además $\omega L/c = \alpha < 1$.

a) ¿Cuál es la forma aparente de la varilla a tiempo t vista desde el origen? Dar, por ejemplo, su ecuación en coordenadas polares, $\varphi_t(r)$ o $r_t(\varphi)$. Graficar cualitativamente. (3 pts)

b) Cada elemento de carga δq en la varilla tiene asociado un campo de aceleración

$$\delta \mathbf{E}_{\text{acel}}(\mathbf{R}, t) = \frac{\delta q}{c^2} \left\{ \frac{1}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|} \frac{\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \ddot{\mathbf{r}}]}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{n})^3} \right\}_{t'} .$$

Calcular el campo de aceleración **en el origen** debido a toda la varilla. (Ojo, no el campo de radiación, sino el campo de aceleración completo). (7 pts)



■ **Problema 3**. Sobre una lámina dieléctrica de índice de refracción n, permeabilidad $\mu = 1$ y espesor $d' > 0$ incide en forma normal una onda plana polarizada linealmente, caracterizada por una frecuencia $\omega' > 0$ y un campo eléctrico de amplitud $\mathbf{E}'_i = E'_i\,\hat{z}$, como muestra la figura. Suponga que no hay onda reflejada.

a) Encuentre la condición de consistencia para que sea cierto que no haya onda reflejada y calcule la amplitud de la onda transmitida, $\mathbf{E}'_t$. (4 pts)

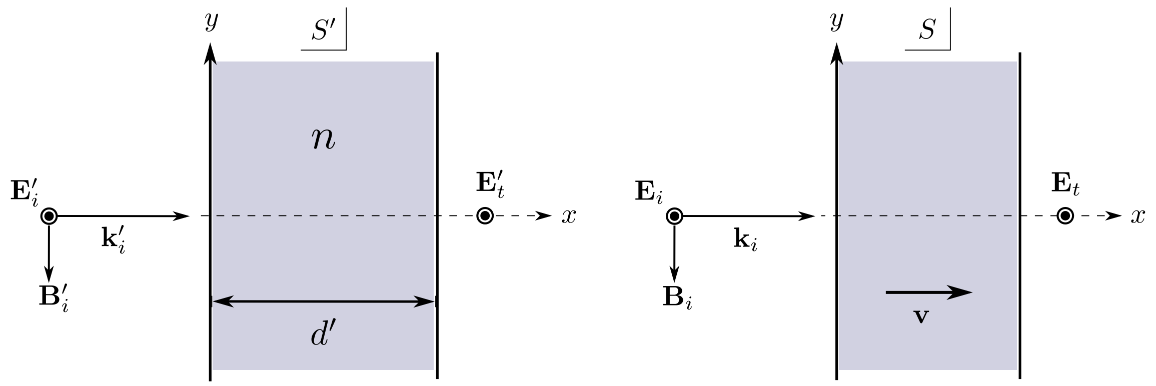
b) Fijados n y d', encuentre todos los valores de ω' tales que no haya onda reflejada. (1 pt)

En el sistema de laboratorio (sistema S) el dieléctrico se mueve con velocidad $\mathbf{v} = c\beta\,\hat{x}$, con $\beta > 0$. En este sistema la onda incidente tiene amplitud $\mathbf{E}_i = E_i\,\hat{z}$ y frecuencia ω.

c) Suponiendo, como antes, que no hay onda reflejada, ¿cuál es la frecuencia y cuál es la amplitud de la onda transmitida en el sistema S? Los datos aquí, además de n, d' y β, son E_i y ω, no E'_i y ω'. (3 pts)

d) En términos de los datos n, d' y ω escriba la condición que debe satisfacer β para que no haya onda reflejada. (2 pts)

e) En S la onda incidente tiene frecuencia ω. Suponga que para $\beta = 0$ no hay onda reflejada. Al principio, si se aumenta la velocidad desde cero, aparecerá una onda reflejada. Ahora bien, ¿qué sucede con la onda reflejada a medida que se aumenta más y más la velocidad, desde 0 hasta c? ¿Hay valores de β para los cuales la onda reflejada desaparezca nuevamente? ¿Cuántos y cuáles son? (5 pts extra)



Se aprueba con un mínimo de 15 puntos y dos problemas con un mínimo de 5.

Fórmulas útiles:

- La intensidad (potencia por unidad de ángulo sólido) del campo de radiación en un punto $\mathbf{R}$ a tiempo t:

$$I(\mathbf{R}, t) = R^2\,\mathbf{S}(\mathbf{R}, t)\cdot\hat{R}, \qquad \mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}\,\mathbf{E}\times\mathbf{B}.$$

- El campo de radiación hasta orden $1/c$ para un sistema acotado:

$$\mathbf{E}_{\rm rad}(\mathbf{R}, t) = \frac{\hat{R}}{c^2 R}\times\left[\hat{R}\times\ddot{\mathbf{d}} + \frac{\hat{R}\times\dddot{\mathbf{D}}}{6c} + \ddot{\mathbf{m}}\right]_{t_R}, \ \text{ donde } \mathbf{D} = \hat{R}\cdot\mathbf{Q}, \ \text{ y } \mathbf{Q} = \int d^3r\,\rho(\mathbf{r}, t)\left[3\,\mathbf{rr} - r^2\mathbf{I}\right].$$

- $\int dx\, x\cos(a - bx) = -\frac{x}{b}\sin(a - bx) + \frac{1}{b^2}\cos(a - bx)$.
  $\int dx\, x\sin(a - bx) = \frac{x}{b}\cos(a - bx) + \frac{1}{b^2}\sin(a - bx)$.