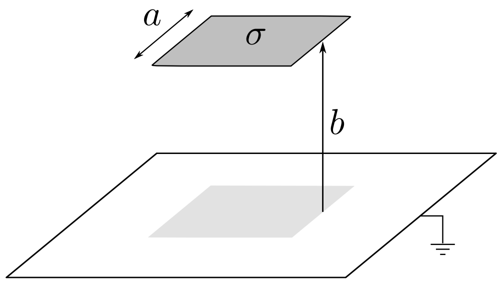
FÍSICA TEÓRICA 1 - 1er. cuatrimestre de 2016
Primer Parcial (2/5, 9:30 am)

1. Un cuadrado de lado a está cargado con densidad superficial uniforme σ. El cuadrado está en el plano $z = b$, con $b > 0$. El plano $z = 0$ está a potencial cero. Encuentre el potencial electrostático en todo el espacio escribiéndolo como un desarrollo de Fourier según las variables x e y. (10 pts)



2. (a) Escrita como un desarrollo de Fourier en las funciones de Bessel $J_\nu(k\rho)$, ¿cuál es la forma genérica, en coordenadas cilíndricas, del potencial producido por una distribución superficial de carga contenida en el plano $z = z'$ y que tiene simetría azimutal? En el desarrollo deben figurar explícitamente todas las funciones de ρ, ϕ, z y z'. No es necesario dar los coeficientes del desarrollo en términos de la distribución de carga, los coeficientes pueden quedar escritos simplemente como constantes o funciones a determinar. (1.5 pts)

   (b) A partir del resultado anterior encuentre el potencial de un anillo de radio a, centrado en el origen, ubicado sobre el plano $z = 0$ y que tiene densidad lineal de carga λ. (1.5 pts)

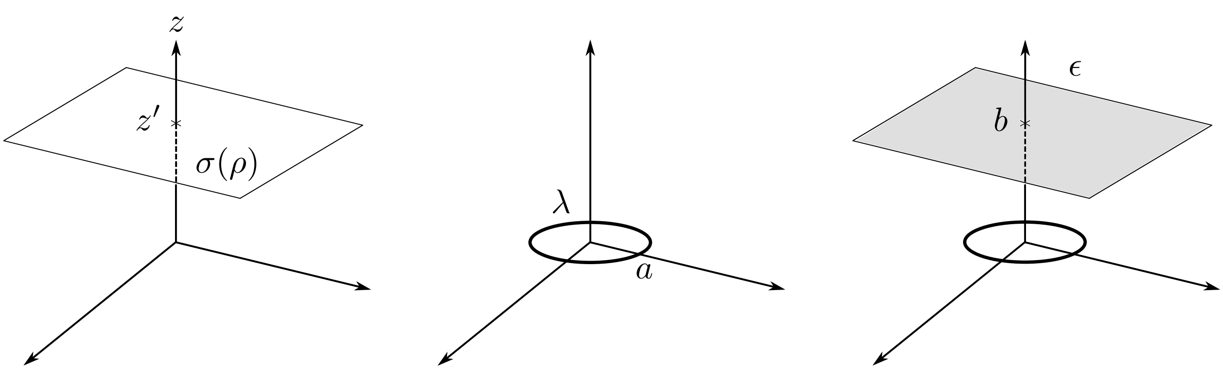
   Ahora, además del anillo, se agrega un dieléctrico de permitividad ϵ que ocupa la región definida por $z > b$, con $b > 0$.

   (c) ¿Dónde aparecen las cargas de polarización? (0.5 pts)

   (d) Encuentre el potencial en todo el espacio. (4.5 pts)

   (e) Interprete la solución a cada lado del plano $z = b$ en términos del potencial de cierto número de anillos. (1 pt)

   (f) **A partir de las expresiones obtenidas en los ítems anteriores**, calcule el potencial en los casos en que $\epsilon = 1$ y $\epsilon \to \infty$. Interprete los dos resultados. (1 pt)



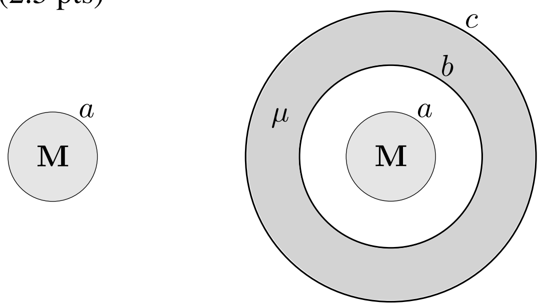
3. Un imán esférico de radio a está magnetizado con densidad de magnetización uniforme $\mathbf{M} = M\hat{z}$.

   (a) Encontrar los campos $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$ en todo el espacio. (2.5 pts)

   Ahora el imán está encerrado dentro de una cáscara esférica de radio interior b y exterior c, con $a < b < c$. El imán y la cáscara son concéntricos. La región comprendida entre los radios b y c está ocupada por un medio magnético de permeabilidad μ.

   (b) Encontrar $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$ en todo el espacio. En este ítem es fundamental dar la forma de los campos (o de los potenciales que los definen) en todo el espacio. También es fundamental dar el sistema de ecuaciones lineales que determina todos los coeficientes que aparecen en la definición de los campos, indicando, en especial, cuáles coeficientes son necesariamente nulos. Debe quedar escrito un sistema lineal de no más de 2 ecuaciones con 2 incógnitas. No es necesario que resuelva el sistema de ecuaciones, pero es aconsejable que lo haga para verificar los casos límite más sencillos. (5 pts + 2 pts extra si resuelve el sistema de ecuaciones)

   (c) Calcule el momento magnético total inducido en el medio con permeabilidad μ. *Sugerencia*: ¿cómo son los campos (o los potenciales) para $r > c$ y cómo se comparan con los del imán esférico en el vacío? (2.5 pts)



Algunas relaciones de ortogonalidad:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\ e^{ix(k-k')} = 2\pi\delta(k-k'),$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\ \cos kx\ \cos kx' = \pi\delta(k-k') \qquad (k, k' \geq 0),$$

$$\int_{0}^{\infty} d\rho\ \rho J_\nu(k\rho) J_\nu(k'\rho) = \frac{\delta(k-k')}{k} \qquad (k, k' \geq 0),$$

$$\int_{-1}^{1} dx\ P_l(x) P_{l'}(x) = \frac{2}{2l+1}\,\delta_{l,l'} \qquad (l, l' \geq 0).$$

Medios magnéticos: $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$.

Problemas en hojas separadas. Se aprueba con un mínimo de 15 puntos y dos problemas con un mínimo de 5.