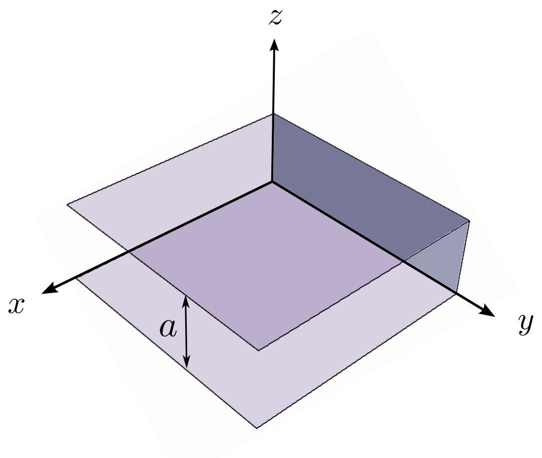
FÍSICA TEÓRICA 1 – 1er. cuatrimestre de 2016
Recuperatorio del primer parcial – 15/7

1. Figura STOP Función de Green STOP



$$0 \le x < \infty, \quad -\infty < y < \infty,$$
$$0 \le z \le a$$

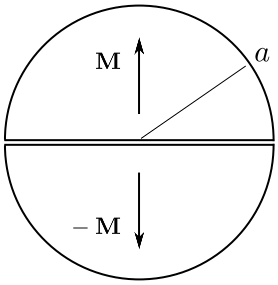
2. Con las mitades de dos imanes esféricos se construye el imán de la figura (¡qué bien!). Usted debe encontrar los campos $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$ en términos de un potencial escalar Φ (¡qué mal!). No es necesario calcular gradientes o rotores explícitamente (¡qué bien!). El potencial sí debe calcularse explícitamente como un desarrollo según **una** base de funciones en las variables θ y φ (¡qué mal!). Los coeficientes no nulos de dicho desarrollo pueden quedar escritos en términos de integrales que no es necesario resolver (¡qué bien!). Salvo aquellas necesarias para escribir el término dominante en la expresión de los campos a grandes distancias del imán (¡qué mal!).

   En resumen: decir cuál es la relación entre Φ y los campos $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$; calcular Φ como un desarrollo en esféricas; decir cuáles coeficientes son nulos; escribir los otros en términos de integrales; calcular únicamente las que son necesarias para dar Φ a grandes distancias y escribir el término dominante.

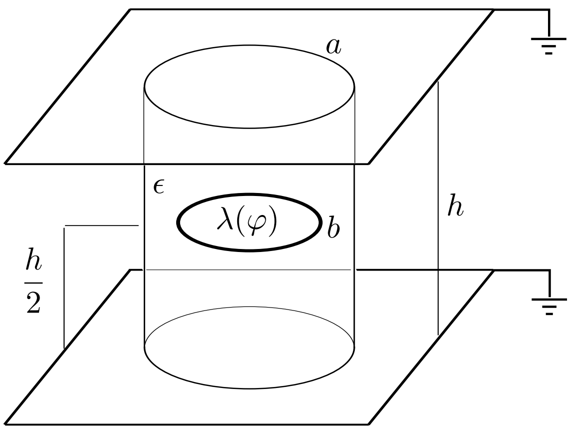
   Atención: La superficie $r = a$ no es la única interfase.

   Ayuda: Tal vez sea mejor combinar dos métodos de solución.

   Verifique la solución: ¿tiene las simetrías correctas? El término dominante a grandes distancias, ¿puede ser monopolar?, ¿puede ser dipolar?



problema 2



problema 3

3. La figura muestra un cilindro dieléctrico entre dos planos conductores a tierra. Centrado en el eje del cilindro y paralelo a los planos, hay un anillo con densidad de lineal de carga libre $\lambda(\varphi) = \lambda \cos\varphi$. El anillo está completamente inmerso en el dieléctrico.

   (a) El primer ítem es preparatorio: ¿cuál es la forma genérica del potencial de una distribución superficial de carga dispuesta sobre un cilindro de radio R entre dos planos conductores a tierra? Lo que se pide es simplemente la forma del desarrollo: cuáles son las funciones en cada dirección, cuál es la base, sobre qué índices se suma o se integra, cómo se separa la solución en $\rho_<$ y $\rho_>$, etc. No es necesario en este ítem relacionar los coeficientes del desarrollo con la distribución superficial de carga.

   (b) Volviendo parcialmente al problema original, ¿cuál sería el potencial si no estuviera el dieléctrico?

   (c) Cuando está el dieléctrico, ¿dónde aparecen las cargas de polarización?

   (d) Volviendo de lleno al problema original, use los resultados anteriores para encontrar el potencial en todo el espacio, evitando así tener que descomponer en 3 regiones y lidiar con multitud de incógnitas.

Fórmulas útiles:

- Una función de Green en esféricas:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{lm} \frac{4\pi}{2l+1} \frac{r_<^l}{r_>^{l+1}} Y_{lm}(\theta,\varphi) Y_{lm}^*(\theta',\varphi').$$

- Los armónicos esféricos:

$$Y_{lm}(\theta,\varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}\frac{(l-m)!}{(l+m)!}}\, P_l^m(\cos\theta)\, e^{im\varphi}.$$

- Los primeros polinomios de Legendre, $P_l(x) = P_l^m(x)$:

$$P_0(x) = 1,\;\; P_1(x) = x,\;\; P_2(x) = \tfrac{1}{2}(3x^2 - 1),\;\; P_3(x) = \tfrac{1}{2}(5x^3 - 3x),\;\; P_4(x) = \tfrac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3).$$

- Medios magnéticos: $\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}$.
- Unas relaciones de ortogonalidad:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\; e^{ix(k-k')} = 2\pi\delta(k-k'),$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\; \sin kx\; \sin kx' = \pi\delta(k-k') \qquad (k, k' > 0),$$

$$\int_0^L dx\; \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) = \delta_{nm}\frac{L}{2}.$$

- Una identidad: $I'_\nu(x)K_\nu(x) - I_\nu(x)K'_\nu(x) = \dfrac{1}{x}$.
- Un color: