FÍSICA TEÓRICA 1 – 1er. cuatrimestre de 2016
WWII

1. Desde una esfera de radio R centrada en el origen se observan dos cargas q y $-q$ que se mueven en el plano xy alrededor del origen en posiciones diametralmente opuestas. La frecuencia angular ω es constante, pero $a(t)$ varía con el tiempo. Por convención, si las cargas cruzan el origen, $a(t)$ cambia de signo. Las observaciones comienzan en $t = 0$, cuando las **imágenes** de las cargas $\pm q$ están en $\pm a_0\,\hat{x}$, con $a_0 > 0$. La esfera de radio R está en la zona de radiación y las observaciones son sensibles hasta el orden cuadrupolar eléctrico−dipolar magnético. Se sabe que para $t \geq 0$

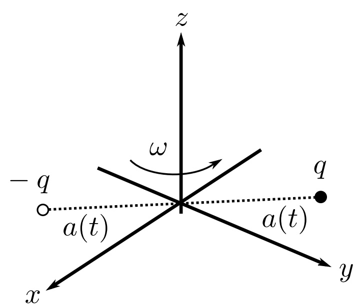
   - el campo eléctrico en $\left\{\theta = \frac{\pi}{2}, \varphi = \omega t + \frac{\pi}{2}\right\}$ es cero.
   - la potencia instantánea observada en $\theta = 0$ decae monótonamente con el tiempo.

   A partir de estos datos:

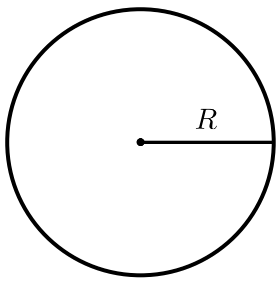
   (a) Halle la función $a(t)$, indicando cuál es el intervalo de tiempo en donde esa definición es válida.

   (b) Calcule la energía total que fluye a través de la esfera de radio R a partir de $t = 0$.

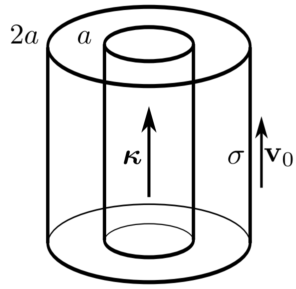
   (c) En una serie de figuras, ilustre la evolución del campo eléctrico a partir de $t = 0$ en los puntos $\theta = 0$, $\left\{\theta = \frac{\pi}{3}, \varphi = 0\right\}$ y $\left\{\theta = \frac{\pi}{2}, \varphi = 0\right\}$.



problema 1



problema 2



problema 3

2. La figura muestra la sección transversal de una guía de ondas circular en donde se ha insertado una lámina conductora de ancho R (igual al radio de la guía) y de longitud infinita. En comparación con la guía de ondas circular (sin la lámina):

   (a) Mostrar que la lámina aumenta la frecuencia de corte para los modos TM.

   (b) Mostrar que la lámina disminuye la frecuencia de corte para los modos TE.

3. En un sistema S se tiene un cilindro infinito de radio a con densidad superficial de corriente $\boldsymbol{\kappa} = \kappa_0\,\hat{z}$. Rodeándolo se encuentra otro cilindro de radio $r = 2a$, cargado uniformemente con densidad superficial σ y que se mueve con velocidad $\mathbf{v}_0 = v_0\,\hat{z}$. Los cilindros son coaxiales.

   (a) Hallar un sistema S' en el cual el campo, fuera del cilindro externo, sea puramente eléctrico, indicando la relación que deben cumplir κ_0, σ y v_0 para que eso sea posible.

   (b) Obtener los campos en S'.

   (c) Si en S se coloca una carga q a una distancia $d > 2a$ del eje de los cilindros, y que está quieta en el sistema S', calcular la fuerza sobre dicha carga en el sistema S.

Fórmulas útiles:

- Un coseno: $\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$. Una integral: $\displaystyle\int d\Omega\cos^2\theta=\frac{4\pi}{3}$.

- El campo de radiación hasta orden $1/c$:

$$\mathbf{E}_{\rm rad}(\mathbf{R},t)=\frac{\hat{R}}{c^2R}\times\left[\hat{R}\times\ddot{\mathbf{d}}+\frac{1}{6c}\hat{R}\times\dddot{\mathbf{D}}+\ddot{\mathbf{m}}\right]_{t-R/c},$$

  donde $\mathbf{d}=\sum_i q_i\,\mathbf{r}_i$, $\mathbf{m}=\frac{1}{2c}\sum_i q_i\,\mathbf{r}_i\times\mathbf{v}_i$, $\mathbf{D}=\hat{R}\cdot\mathbf{Q}$, $Q_{lm}=3\sum_i q_i\,r_{il}r_{im}$.

- La aceleración en coordenadas cilíndricas:

$$\ddot{\mathbf{r}}=\left(\ddot{\rho}-\omega^2\rho\right)\,\hat{\rho}+\left(\dot{\omega}\rho+2\omega\dot{\rho}\right)\hat{\varphi}+\ddot{z}\,\hat{z}.$$

- Unos versores:

$$\hat{\rho}(\alpha)=\cos\alpha\,\hat{x}+\sin\alpha\,\hat{y}=\cos(\alpha-\varphi)\left[\sin\theta\,\hat{r}(\theta,\varphi)+\cos\theta\,\hat{\theta}(\theta,\varphi)\right]+\sin(\alpha-\varphi)\,\hat{\varphi}(\varphi),$$
$$\hat{\varphi}(\alpha)=-\sin\alpha\,\hat{x}+\cos\alpha\,\hat{y}=-\sin(\alpha-\varphi)\left[\sin\theta\,\hat{r}(\theta,\varphi)+\cos\theta\,\hat{\theta}(\theta,\varphi)\right]+\cos(\alpha-\varphi)\,\hat{\varphi}(\varphi).$$

- La transformación relativista de los campos: $\mathbf{E}'=\mathbf{E}_{||}+\gamma\left(\mathbf{E}_\perp+\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{B}\right),\mathbf{B}'=\mathbf{B}_{||}+\gamma\left(\mathbf{B}_\perp-\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{E}\right).$

- El Laplaciano en coordenadas cilíndricas: $\displaystyle\nabla^2f=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial f}{\partial\rho}\right)+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2f}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2f}{\partial z^2}.$

- Una ecuación diferencial: $\displaystyle\left[\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{x}\frac{d}{dx}+\left(\gamma^2-\frac{\nu^2}{x^2}\right)\right]\left[aJ_\nu(\gamma x)+bN_\nu(\gamma x)\right]=0.$

- Unas funciones: