

Ley de Ohm. Aproximación estacionaria y cuasiestacionaria. Tensor de Maxwell.

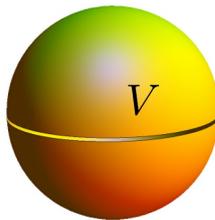
1. Una cáscara esférica maciza tiene radio interior a y exterior b , y está caracterizada por una conductividad σ , una constante dieléctrica ϵ y una permeabilidad μ . Sobre la cara interior de la cáscara se ha depositado una densidad superficial de carga uniforme Σ . Si a $t = 0$ se permite que el sistema evolucione:
 - a) Usando argumentos de simetría, ¿cuánto vale \vec{B} en todo el espacio y para todo t ? ¿Qué simetría tiene el campo eléctrico?
 - b) Teniendo en cuenta lo anterior, encontrar la forma que adoptan las ecuaciones de Maxwell dentro y fuera del conductor.
 - c) Encontrar el campo eléctrico, la densidad de corriente y la densidad de carga (superficial y de volumen) en función del tiempo.
 - d) Encontrar la evolución de la energía de los campos en función del tiempo y demostrar que la variación de energía entre $t = 0$ y $t = \infty$ es igual a la energía disipada por efecto Joule.

2. Por un conductor cilíndrico, macizo, de radio a , $\mu = \epsilon = 1$ y conductividad σ circula una corriente alterna del tipo $I = I_0 \cos(\omega t)$. La distribución de la corriente dentro del conductor **no** puede asumirse conocida, sino que debe encontrarse de manera consistente con las ecuaciones de Maxwell. Bajo la aproximación cuasiestacionaria (i.e. despreciar el término de corriente de desplazamiento), calcular:
 - a) Los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} en el interior del conductor.
 - b) Estudie los casos límites de la distribución de $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ cuando $\delta/a \gg 1$ y $\delta/a \ll 1$, donde δ es el espesor pelicular o “skin depth”.
 - c) Encontrar la potencia media disipada y la resistencia efectiva en los casos límites, y, en el caso del espesor pelicular mucho menor que a , la corriente superficial efectiva.
 - d) Calcular numéricamente y graficar la resistencia vs. la frecuencia en el caso general.

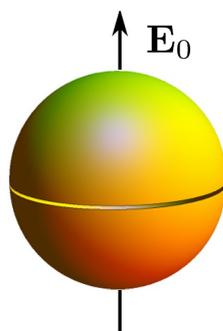
Referencia: Landau y Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, §60 [The skin effect] en la versión en inglés; §46, [Efecto pelicular] en la edición española de ed. Reverté.

3. Usar el tensor de Maxwell para encontrar:
 - a) La fuerza entre dos esferas de radios a y b , con cargas q_1 y q_2 y separadas una distancia $d > a + b$.
 - b) La fuerza por unidad de longitud entre dos cilindros paralelos infinitos de radios a y b , separados una distancia $d > a + b$, y por los que circulan corrientes uniformes I_1 e I_2 .

4. Una esfera conductora de radio a está a potencial V . Usando el tensor de Maxwell, calcular la fuerza que tiende a separar cualquier par de hemisferios. Comparar con el resultado obtenido a partir de la fuerza de Lorentz. Si la esfera está aislada y tiene carga Q : sin hacer ningún otro cálculo, ¿cuál es la fuerza que tiende a separar sus hemisferios?



5. Una esfera conductora descargada tiene radio a y está en un campo eléctrico externo uniforme \vec{E}_0 .
- Calcular la fuerza que tiende a separar o a unir los hemisferios según la dirección de \vec{E}_0 .
 - Calcular la fuerza si ahora la esfera tiene carga neta Q .



6. Calcular la fuerza por unidad de área sobre la superficie de un solenoide infinito de sección arbitraria, con n vueltas por unidad de longitud y corriente I .
7. Calcular la fuerza por unidad de área sobre las paredes de un cilindro infinito de radio a que transporta una corriente superficial uniforme paralela a su eje.