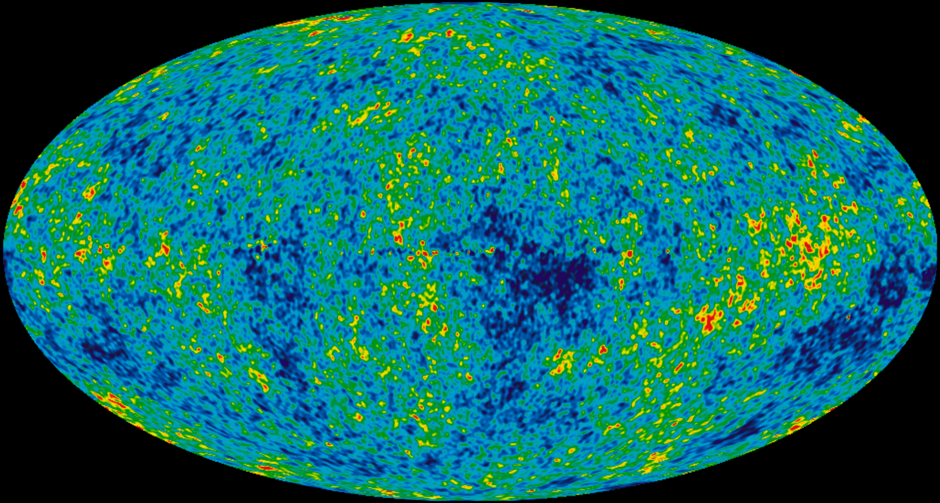
DISPERSION DE THOMSON



La dispersión de Thomson describe la situación en que una onda electromagnética incide sobre una partícula cargada. Para simplificar el problema, vamos a asumir

- La longitud de onda de la onda incidente es mucho mayor que el volumen que ocupa la partícula, por lo cual la onda incidente puede considerarse como un campo homogéneo.
- La frecuencia de la onda es mucho mayor que las frecuencias asociadas a otras interacciones. Por ejemplo, si la partícula es un electrón ligado a un núcleo, la frecuencia de la onda es mucho mayor que la frecuencia de la órbita del electrón. En esas condiciones, el electrón se puede pensar como una partícula libre.
- La partícula nunca alcanza velocidades relativistas. En particular, las fuerzas magnéticas son despreciables.

La ecuación de movimiento para la partícula es

$$m\ddot{\mathbf{x}} = e\mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \tag{1}$$

Como consecuencia, la partícula emite un campo de radiación o campo dispersado. Bajo la aproximación dipolar[1]

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_s &= i\omega \frac{e^{ikR}}{c^2 R}\, \hat{\mathbf{X}} \times \mathbf{j} \\ \mathbf{E}_s &= -\hat{\mathbf{X}} \times \mathbf{B}_s \end{aligned} \tag{2}$$

donde $\mathbf{j} = -i\omega\mathbf{d}$ y $\mathbf{d}$ es el dipolo eléctrico

$$\mathbf{d} = e\mathbf{x} \tag{3}$$

por lo tanto

$$\mathbf{d} = -\frac{e^2}{m\omega^2}\mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \tag{4}$$

---

[1] Ver clases 19 y 20

El vector de Poynting

$$\mathbf{S}_s = \frac{c}{4\pi}\mathbf{B}_s \times \left(\hat{\mathbf{X}} \times \mathbf{B}_s\right) = \frac{c}{4\pi}\left|\mathbf{B}_s\right|^2 \hat{\mathbf{X}} \tag{5}$$

La intensidad de energía radiada, por lo tanto

$$S_s = \frac{1}{R^2}\sigma S_0 \tag{6}$$

donde $S_0 = cE_0^2/4\pi$ es el flujo de energía incidente, y σ es la sección eficaz diferencial

$$\sigma = \frac{e^4}{m^2c^4}\left|\hat{\mathbf{X}} \times \hat{\mathbf{E}}_0\right|^2 \tag{7}$$

Integrando sobre todos los ángulos encontramos la sección eficaz total o *de Thomson*

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3}\frac{e^4}{m^2c^4} \tag{8}$$

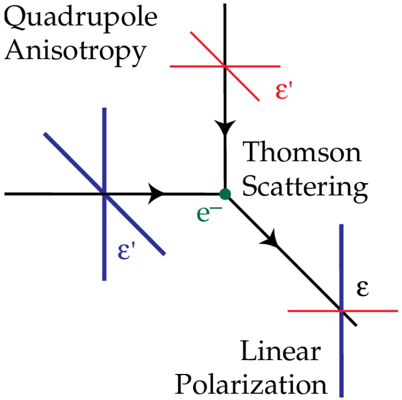
Es interesante comparar la sección eficaz de Thomson con la longitud de onda Compton de la partícula

$$\lambda_C = \frac{\hbar}{mc} \tag{9}$$

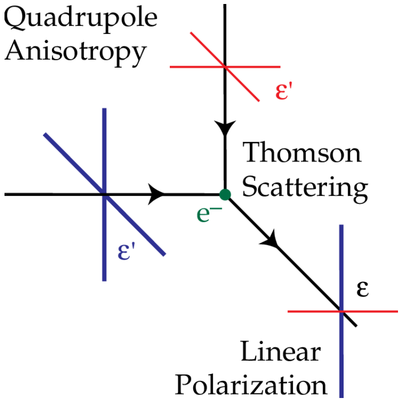
encontramos

$$\frac{\sigma_T}{\lambda_C^2} = \frac{8\pi}{3}\alpha^2 \approx 10^{-4} \tag{10}$$

Debido a la dependencia de la sección eficaz respecto de la polarización de la onda incidente, la onda dispersada puede estar polarizada aunque la luz incidente sea natural.
La dispersión es máxima cuando la onda incidente está polarizada perpendicular a la dirección de mira

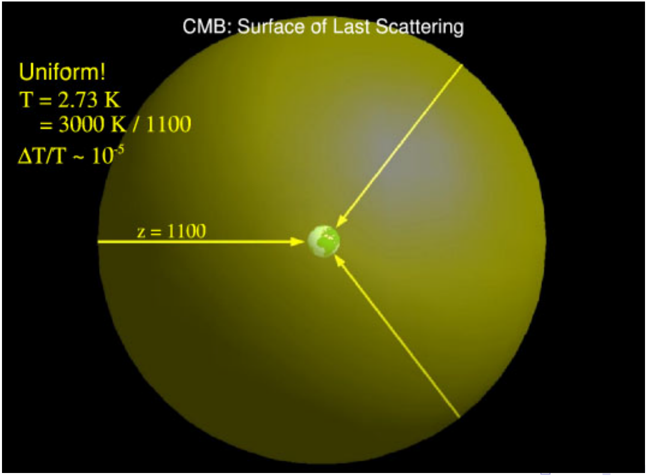


Si la radiación incidente es anisótropa, la radiación dispersada tiene una polarización neta.

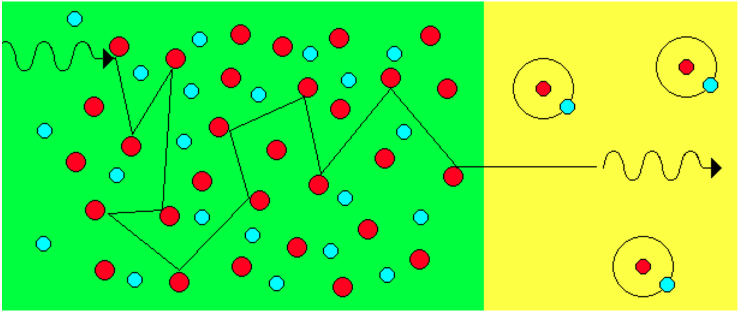


DISPERSION DE THOMSON Y RADIACION COSMICA DE FONDO

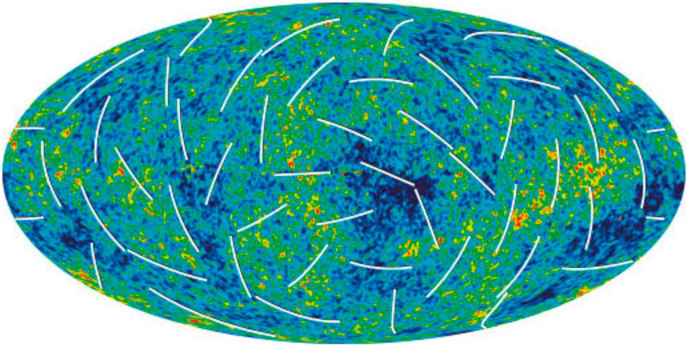
La radiación cósmica de fondo es radiación de origen primordial, con un espectro de cuerpo negro a una temperatura de 3 K.



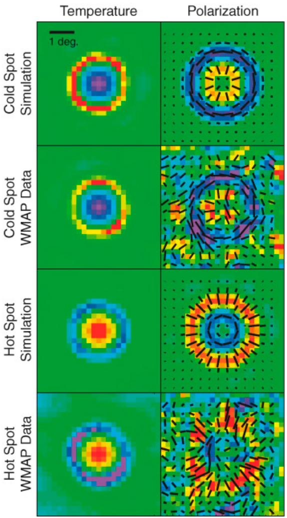
En el Universo temprano, la radiación estaba en equilibrio con la materia ionizada. Cuando se forman átomos de hidrógeno, el Universo se vuelve transparente



El mecanismo de la dispersión de Thomson convierte las inhomogeneidades de la radiación cósmica de fondo en la superficie de última dispersión en un patrón de polarización.

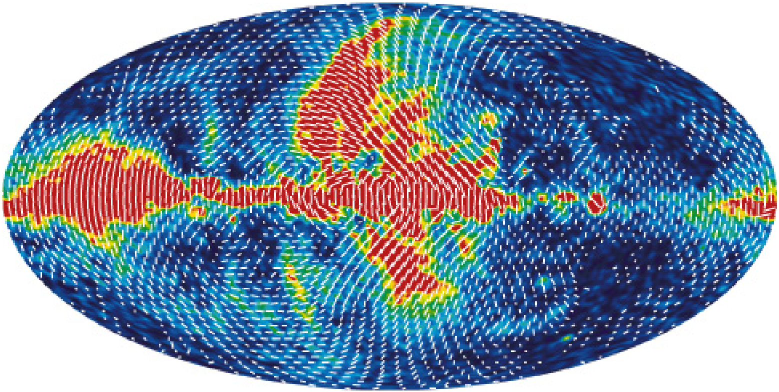


La dispersión de Thomson genera un patrón de polarización característico†. Si se encontrara polarización con un patrón distinto, sugeriría la operación de otros mecanismos.



† M. Zaldarriaga y D. Harari, *Analytic approach to the polarization of the cosmic microwave background in flat and open universes*, Phys. Rev. D 52, 3276 (1995)

Hasta el momento la polarización observada se puede explicar mediante dispersión de Thomson o mediante procesos de dispersión por el polvo en la galaxia.



Pero la búsqueda continúa...

INTERACCION DE UN OSCILADOR CON LA RADIACION

Vamos a estudiar la absorción y dispersión de radiación por un oscilador, modelado como una partícula de masa m en un potencial armónico

$$V = \frac{1}{2} m\omega_0^2 \mathbf{x}^2 \tag{11}$$

Además, vamos a suponer que la partícula está sometida a una fuerza disipativa $\mathbf{F}_D = -m\,\gamma\dot{\mathbf{x}}$. Sin esta fuerza la partícula no podría termalizar.

ABSORCION

Ahora acoplamos al oscilador a una onda de frecuencia ω. Despreciando el término magnético de la fuerza de Lorentz

$$\ddot{\mathbf{x}} + \gamma\dot{\mathbf{x}} + \omega_0^2\mathbf{x} = \frac{e}{m}\mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \tag{12}$$

La solución es

$$\mathbf{x}_E e^{-i\omega t} = \frac{-e\mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}}{m\left[\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_0^2\right]} \tag{13}$$

La potencia entregada al oscilador es

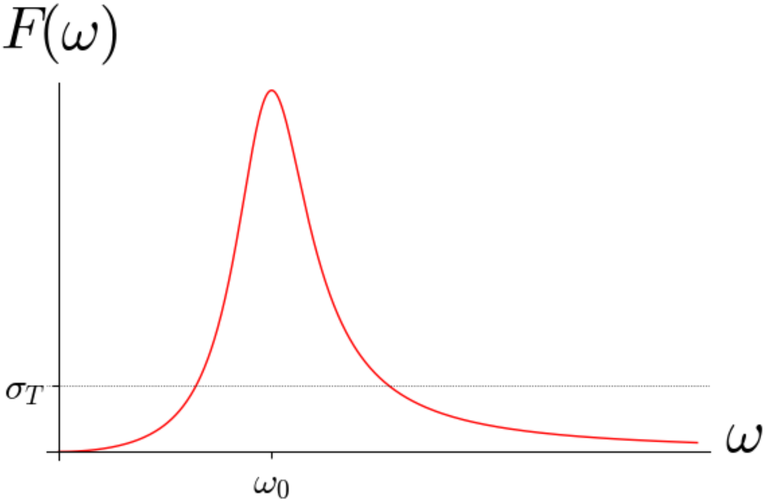
$$\begin{aligned} W_a &= e \,\mathrm{Re}\, \left(-i\omega \mathbf{E}_0^* \mathbf{x}_E\right) \\ &= \sigma_{abs} S_0 \end{aligned} \tag{14}$$

donde $S_0 = c \left|\mathbf{E}_0\right|^2 / 4\pi$ es el flujo de energía incidente y σ_{abs} es la sección eficaz de absorción

$$\sigma_{abs} = 4\pi \frac{e^2 \gamma}{mc} \, F(\omega) \tag{15}$$

donde

$$F(\omega) = \frac{\omega^2}{\left[\left(\omega^2 - \omega_0^2\right)^2 + \gamma^2 \omega^2\right]} \tag{16}$$


$F(\omega)$
σ_T
ω
ω_0

DISPERSION

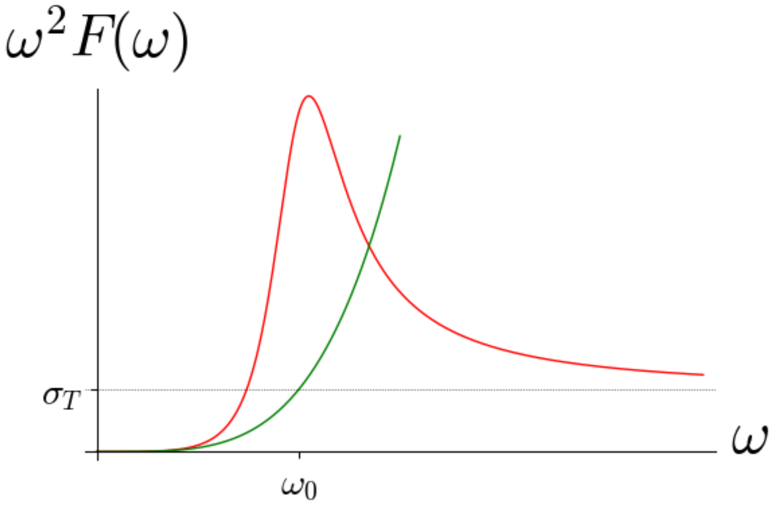
A su vez, la trayectoria $\mathbf{x}_E e^{-i\omega t}$ emite radiación. El dipolo eléctrico es $\mathbf{d}_E = e\mathbf{x}_E$ y por lo tanto la potencia radiada en la dirección $\hat{\mathbf{X}}$ es

$$S\left(\hat{\mathbf{X}}\right) = \frac{S_0}{R^2}\sigma_T \omega^2 F(\omega) \frac{3}{8\pi} \left|\hat{\mathbf{X}} \times \hat{\mathbf{E}}_0\right|^2 \tag{17}$$

donde σ_T es la sección eficaz de Thomson. Integrando sobre la superficie en infinito, vemos que la sección eficaz de dispersión es

$$\sigma_{dis} = \sigma_T \omega^2 F(\omega) \tag{18}$$

que interpola entre una dependencia ω^4 tipo Rayleigh e independencia de ω tipo Thomson.


$\omega^2 F(\omega)$
σ_T
ω
ω_0

Como uno esperaría que el oscilador no emita más energía de la que absorbe, es razonable que

$$\frac{\sigma_{dis}}{\sigma_{abs}} \leq 1 \tag{19}$$

Reemplazando

$$\sigma_{dis} = \frac{8\pi e^4 \omega^2}{3m^2 c^4} F(\omega)\,; \quad \sigma_{abs} = \frac{4\pi e^2 \gamma}{mc} F(\omega) \tag{20}$$

encontramos

$$\gamma \geq \frac{2}{3} \frac{e^2 \omega^2}{mc^3} \tag{21}$$

Vamos a volver sobre ésto la semana que viene.