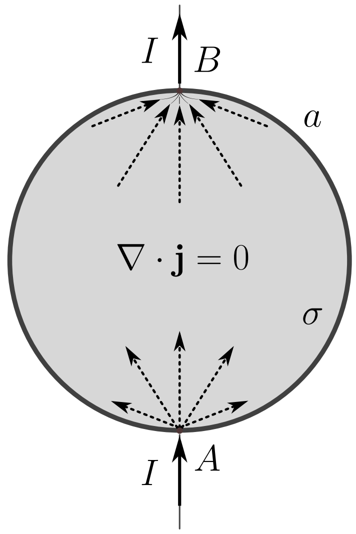
FÍSICA TEÓRICA 1 – 2do. Cuatrimestre de 2020

GUÍA 5: LEY DE OHM, FENÓMENOS ESTACIONARIOS, TRANSITORIOS Y CUASIESTACIONARIOS

1. Una esfera tiene radio a y conductividad σ. Una corriente I ingresa perpendicular a la esfera por un punto A, y egresa por un punto B diametralmente opuesto. El régimen es **estacionario**. Encontrar el potencial dentro de la esfera.



Si resuelve el problema usando separación de variables en coordenadas esféricas, obtendrá una suma infinita. Esa suma puede resolverse explícitamente operando a partir de los desarrollos

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x^2 \mp 2xy}} = \sum_{l=0}^{\infty} P_l(y)\,(\pm x)^l.$$

Referencias: Landau y Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, §**21** en la versión en inglés, o §**20** en la versión española; en ambos casos, Problema 2 al final de la sección, resuelto por medios esotéricos.

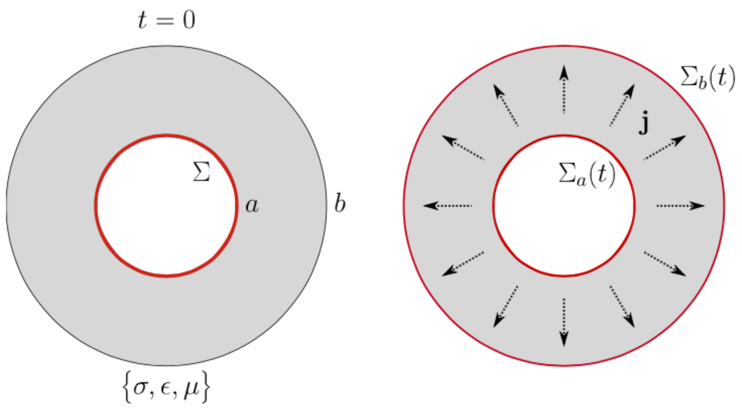
2. Una cáscara esférica maciza tiene radio interior a y exterior b, y está caracterizada por una conductividad σ, una constante dieléctrica ϵ y una permeabilidad μ. Sobre la cara interior de la cáscara se ha depositado una densidad superficial de carga uniforme Σ. Si a $t = 0$ se permite que el sistema evolucione:

   (a) Usando argumentos de simetría, ¿cuánto vale $\mathbf{B}$ en todo el espacio y para todo t? ¿Qué simetría tiene el campo eléctrico?

   (b) Teniendo en cuenta lo anterior, encontrar la forma que adoptan las ecuaciones de Maxwell dentro y fuera del conductor.

   (c) Encontrar el campo eléctrico, la densidad de corriente y la densidad de carga (superficial y de volumen) en función del tiempo.

(d) Mostrar que se cumple el teorema de Poynting $\frac{d}{dt}\left(\int_{\mathrm{V}} d^3\mathbf{r}\ u\right)+\int_{\mathrm{V}} d^3\mathbf{r}\ \mathbf{J}\cdot\mathbf{E} = -\oint_{\mathrm{S}} d^2r\ \mathbf{S}\cdot\mathbf{n}$, donde $u = \frac{1}{8\pi}\left(\mathbf{E}\cdot\mathbf{D}+\mathbf{H}\cdot\mathbf{B}\right), \mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}\mathbf{E}\times\mathbf{H},$. En particular, encontrar la evolución de la energía de los campos en función del tiempo y demostrar que la variación de energía entre $t = 0$ y $t = \infty$ es igual a la energía disipada por efecto Joule.



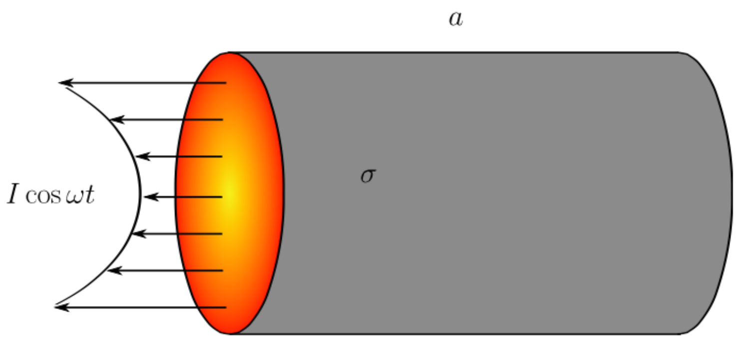
3. Por un conductor cilíndrico, macizo, de radio a, $\mu = \epsilon = 1$ y conductividad σ circula una corriente alterna del tipo $I = I_0\cos(\omega t)$. La distribución de la corriente dentro del conductor **no** puede asumirse conocida, sino que debe encontrarse de manera consistente con las ecuaciones de Maxwell. Bajo la **aproximación cuasiestacionaria** (i.e. despreciar el término de corriente de desplazamiento), calcular:

   (a) Los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ en el interior del conductor.

   (b) Estudie los casos límites de la distribución de $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ cuando $\delta/a \gg 1$ y $\delta/a \ll 1$, donde δ es el espesor pelicular o "skin depth".

   (c) Encontrar la potencia media disipada y la resistencia efectiva en los casos límites, y, en el caso del espesor pelicular mucho menor que a, la corriente superficial efectiva.

   (d) Calcular numéricamente y graficar la resistencia vs. la frecuencia en el caso general.



Referencia: Landau y Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, §**60** [The skin effect] en la versión en inglés; §**46**, [Efecto pelicular] en la edición española de ed. Reverté.