Tensor de Maxwell. Ley de Ohm. Aproximación estacionaria y cuasiestacionaria.

1. Usar el tensor de Maxwell para encontrar:

   a) La fuerza entre dos esferas de radios a y b, con cargas q_1 y q_2 y separadas una distancia $d > a + b$.

   b) La fuerza por unidad de longitud entre dos cilindros paralelos infinitos de radios a y b, separados una distancia $d > a + b$, y por los que circulan corrientes uniformes I_1 e I_2.

2. Una esfera conductora de radio a está a potencial V. Usando el tensor de Maxwell, calcular la fuerza que tiende a separar cualquier par de hemisferios. Comparar con el resultado obtenido a partir de la fuerza de Lorentz. Si la esfera está aislada y tiene carga Q: sin hacer ningún otro cálculo, ¿cuál es la fuerza que tiende a separar sus hemisferios?

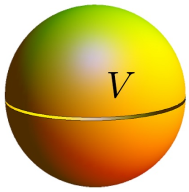

Figura 1: Problema 2

3. Una esfera conductora descargada tiene radio a y está en un campo eléctrico externo uniforme $\vec{E}_0$.

   a) Calcular la fuerza que tiende a separar o a unir los hemisferios según la dirección de $\vec{E}_0$.

   b) Calcular la fuerza si ahora la esfera tiene carga neta Q.

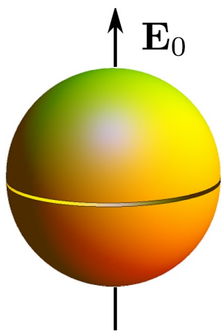

Figura 2: Problema 3

4. Calcular la fuerza por unidad de área sobre la superficie de un solenoide infinito de sección arbitraria, con n vueltas por unidad de longitud y corriente I.

5. Calcular la fuerza por unidad de área sobre las paredes de un cilindro infinito de radio a que transporta una corriente superficial uniforme paralela a su eje.

6. Una cáscara esférica maciza tiene radio interior a y exterior b, y está caracterizada por una conductividad σ, una constante dieléctrica ϵ y una permeabilidad μ. Sobre la cara interior de la cáscara se ha depositado una densidad superficial de carga uniforme Σ. Si a $t = 0$ se permite que el sistema evolucione:

   a) Usando argumentos de simetría, ¿cuánto vale $\vec{B}$ en todo el espacio y para todo t? ¿Qué simetría tiene el campo eléctrico?

   b) Teniendo en cuenta lo anterior, encontrar la forma que adoptan las ecuaciones de Maxwell dentro y fuera del conductor.

   c) Encontrar el campo eléctrico, la densidad de corriente y la densidad de carga (superficial y de volumen) en función del tiempo.

   d) Encontrar la evolución de la energía de los campos en función del tiempo y demostrar que la variación de energía entre $t = 0$ y $t = \infty$ es igual a la energía disipada por efecto Joule.

7. Por un conductor cilíndrico, macizo, de radio a, $\mu = \epsilon = 1$ y conductividad σ circula una corriente alterna del tipo $I = I_0 \cos(\omega t)$. La distribución de la corriente dentro del conductor **no** puede asumirse conocida, sino que debe encontrarse de manera consistente con las ecuaciones de Maxwell. Bajo la aproximación cuasiestacionaria (i.e. despreciar el término de corriente de desplazamiento), calcular:

   a) Los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ en el interior del conductor.

   b) Estudie los casos límites de la distribución de $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ cuando $\delta/a \gg 1$ y $\delta/a \ll 1$, donde δ es el espesor pelicular o "skin depth".

   c) Encontrar la potencia media disipada y la resistencia efectiva en los casos límites, y, en el caso del espesor pelicular mucho menor que a, la corriente superficial efectiva.

   d) Calcular numéricamente y graficar la resistencia vs. la frecuencia en el caso general.

   Referencia: Landau y Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, §**60** [The skin effect] en la versión en inglés; §**46**, [Efecto pelicular] en la edición española de ed. Reverté.