FÍSICA TEÓRICA 1 – 2do. Cuatrimestre de 2021

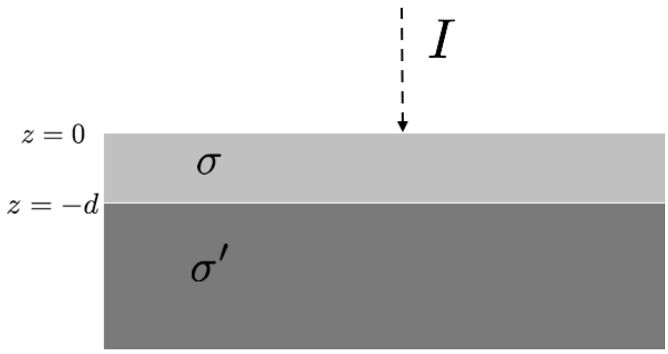
Guía 5 - ejercicios extra: régimen estacionario, transitorio, inducción unipolar y corrientes de Foucault

1. Una corriente I ingresa perpendicular a la superficie de una placa conductora de conductividad σ. La placa tiene espesor d y se puede considerar infinita en las otras 2 direcciones. Por debajo de la placa, en la región $z < -d$, se tiene un material conductor con conductividad σ' ocupando todo el semiespacio infinito inferior. El régimen es **estacionario** y $\epsilon = \mu = 1$ en todo el espacio.

   (a) Calcular la densidad de corriente en todo el espacio. Verificar que se obtienen los resultados esperados cuando $\sigma = \sigma'$ y $\sigma = 0$, justificar.

   (b) Encontrar la densidad de carga sobre las superficies $z = 0$ y $z = -d$.

   (c) Haga un dibujo cualitativo de las líneas de corriente en los conductores.

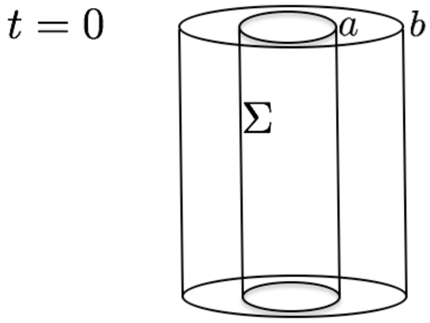


2. Un conductor cilíndrico infinito tiene radio interior a y exterior b, está caracterizado por una conductividad σ, una constante dieléctrica ϵ y una permeabilidad μ. Sobre la cara interior del conductor se ha depositado una densidad superficial de carga uniforme Σ. Si a $t = 0$ se permite que el sistema evolucione:

   (a) Usando argumentos de simetría, encontrar $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ en todo el espacio para $t \geq 0$.

   (b) Encontrar las distribuciones de carga (libre y de polarización) y de corriente (libre y de magnetización) para $t \geq 0$.

   (c) Mostrar que se cumple el teorema de Poynting $\frac{d}{dt}(\int_{\mathrm{V}} d^3\mathbf{r}\ u) + \int_{\mathrm{V}} d^3\mathbf{r}\ \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = -\oint_{\mathrm{S}} d^2r\ \mathbf{S} \cdot \mathbf{n}$, donde $u = \frac{1}{8\pi}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{B})$, $S = \frac{c}{4\pi}\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ y donde el volumen V es un volumen cilíndrico de radio $R > b$ y altura L, coaxial con el conductor. En particular, encontrar la evolución de la energía de los campos en función del tiempo y demostrar que la variación de energía entre $t = 0$ y $t = \infty$ es igual a la energía disipada por efecto Joule.



3. *Inducción unipolar*: Una esfera conductora con magnetización uniforme $\mathbf{M} = M_0\hat{z}$ gira con velocidad angular constante $\boldsymbol{\omega} = \omega\hat{z}$. El movimiento es no relativista y la esfera es neutra. El régimen es estacionario y se asume que esta situación puede mantenerse indefinidamente sin que ningún agente fuerce la rotación de la esfera.

   (a) Como no hay disipación, no puede haber corrientes de conducción. Usando la ley de Ohm para el conductor en movimiento, demostrar que se induce una densidad de carga uniforme dentro de la esfera y encontrar su valor. (Despreciar el campo magnético asociado a las cargas inducidas.)

   (b) Puesto que la esfera es neutra, su momento monopolar debe ser nulo. Demostrar con argumentos de simetría que su momento dipolar también es nulo. Encontrar el campo eléctrico en todo el espacio y mostrar que es cuadrupolar.

   (c) Encontrar la densidad superficial de carga sobre la esfera.

   (d) Calcular la fuerza electromotriz que se induce entre un polo de le esfera y su ecuador.

   Referencia: Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3ra. ed., problema 6.4.

4.* *Corrientes de Foucault*: Una esfera de radio a y conductividad σ está inmersa en un campo magnético externo uniforme $\mathbf{B}_{\text{ext}} = \mathbf{B}_0\, e^{-i\omega t}$. (Notar que eligiendo $\mathbf{B}_0 = B_x\hat{x} \pm iB_y\hat{y}$ se obtiene un campo que rota.) En los dos casos extremos, en que la longitud de penetración es mucho mayor o mucho menor que el radio de la esfera, y bajo la aproximación cuasiestacionaria, calcular la potencia que se disipa en la esfera como consecuencia de las corrientes de inducidas.

   Referencias: Landau y Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, §**59** en la versión en inglés [Depth of penetration of a magnetic field into a conductor] o §**45** [Corrientes de Foucault] en la versión española, a partir de la ec. 45.12.