FÍSICA TEÓRICA 1 – 2do. Cuatrimestre de 2024

GUÍA 1: REPASO DE ELECTROSTÁTICA Y MAGNETOSTÁTICA

Transformaciones de Simetría. Ley de Gauss y ley de Ampère.

1. Considerar las siguientes distribuciones de carga:

   (a) el interior de una esfera cargada uniformemente en volumen,

   (b) una esfera cargada uniformemente en superficie,

   (c) un plano infinito cargado uniformemente,

   (d) un hilo infinito cargado con densidad lineal uniforme,

   (e) el interior de un cilindro circular infinito cargado uniformemente en volumen,

   (f) un cilindro circular infinito cargado uniformemente en superficie.

   En cada caso:

   i) utilizando transformaciones de simetría, determinar la dependencia funcional y las componentes no necesariamente nulas del campo eléctrico;

   ii) mediante la ley de Gauss, calcular el campo eléctrico y graficar cualitativamente su módulo en función de una coordenada relevante;

   iii) calcular el potencial escalar $\Phi(\mathbf{r})$ y graficar cualitativamente.

2. Considerar las siguientes distribuciones de corriente:

   (a) un hilo infinito por el que circula una corriente I,

   (b) un plano infinito con densidad de corriente superficial uniforme,

   (c) una corriente uniforme radial que fluye entre dos esferas concéntricas de radios a y b,

   (d) un cilindro circular infinito con corriente uniforme en su interior paralela a su eje,

   (e) un cilindro circular infinito con corriente superficial uniforme paralela a su eje,

   (f) un solenoide infinito (circular o no) con n vueltas por unidad de longitud y corriente I,

   (g) un toro de sección circular con un total de N vueltas (¿y si la sección del toro es arbitraria?).

   En cada caso:

   i) utilizando transformaciones de simetría, determinar la dependencia funcional y las componentes no necesariamente nulas del campo magnético;

   ii) mediante la ley de Ampère, calcular el campo magnético y graficar cualitativamente su módulo en función de una coordenada relevante;

   iii) calcular el potencial vector $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ y graficar cualitativamente.

Integración directa. Solución de Poisson.

3. Calcular el potencial electrostático mediante la integral de Poisson para las distribuciones y en las regiones que se detallan:

   (a) Sobre el eje de un anillo de radio a uniformemente cargado, con carga total $Q = 2\pi a\,\lambda$. Obtener expresiones aproximadas para puntos muy cercanos o muy lejanos al plano del anillo.

   (b) Sobre el eje de un disco de radio a uniformemente cargado, con carga total $Q = \pi a^2\,\sigma$. Obtener expresiones aproximadas para puntos muy cercanos o muy lejanos al plano del disco.

   Interpretar físicamente los resultados (sobre todo las expresiones límite), y graficar cualitativamente.

4. Un solenoide de sección circular tiene largo L, radio a, n vueltas por unidad de longitud y corriente I.

   (a) Demostrar que el campo magnético a lo largo del eje es:

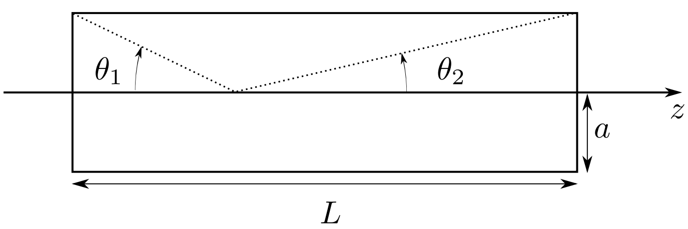
   $$\mathbf{B} = \frac{2\pi n I}{c}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)\,\hat{z},$$

   donde θ_1 y θ_2 se muestran en la figura y el eje z coincide con el eje del solenoide. Considerar el límite en que $L \to \infty$ y comparar con el resultado del problema 2f.

   (b) Si el solenoide es largo ($a \ll L$), demostrar que la componente radial del campo magnético es

   $$B_\rho \approx \frac{96\pi n I}{c}\Big(\frac{a^2 z\rho}{L^4}\Big),$$

   válida hasta segundo orden en a/L para puntos cercanos al centro del solenoide ($z \ll L, \rho \ll a$). En esta expresión el origen de coordenadas coincide con el centro geométrico del solenoide.



5. **Ecuación de Poisson.** En el estado fundamental del átomo de hidrógeno, el potencial generado por el núcleo puntual y la nube electrónica es $\Phi(r) = \frac{q}{r}(1 + r/a)\exp(-2r/a)$, donde a es el radio de Bohr y q es la carga del protón.

   (a) Encontrar la densidad de carga para **todo** r.

   (b) Interpretar el resultado en términos de las contribuciones del núcleo y de la nube electrónica.

   (c) Verificar que la distribución corresponde a un átomo neutro. Si su resultado contradice esta afirmación (y es muy probable que lo haga), revise con cuidado los pasos anteriores.

   (d) Calcular el campo eléctrico para $r > 0$. Si no hay otras fuerzas que las electrostáticas, ¿puede la nube electrónica, clásicamente hablando, ser una distribución continua y estática de carga?

Superposición.

6. Un cilindro infinito de radio a tiene una densidad uniforme de carga, salvo a lo largo de una cavidad cilíndrica de radio b, que corre paralela al eje del cilindro. El eje de la cavidad está a una distancia d del eje del cilindro, tal que $d + b < a$.

   (a) Calcular el campo eléctrico dentro de la cavidad.

   (b) Si en lugar de tener una densidad de carga uniforme, el cilindro transportase una corriente uniforme paralela a su eje, calcular el campo magnético dentro de la cavidad.

   Notar que la cavidad "congela" los campos en los valores que tendrían en el centro de la cavidad de no haber estado ésta presente, y que los campos eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí.

7. (a) Usando el principio de superposición, encontrar el campo y el potencial electrostático producido por dos hilos paralelos, infinitos, uniformemente cargados con $\lambda_1 = -\lambda_2$.

   (b) Encontrar y dibujar cualitativamente las equipotenciales. ¿Qué aspecto tiene el campo en el plano equidistante entre los dos hilos?

   (c) ¿Cómo puede usarse el resultado anterior para resolver el problema de dos cilindros del mismo radio, a potenciales opuestos, separados por una distancia mayor que la suma de sus radios? ¿Es siempre posible reducir el problema de dos cilindros a potenciales fijos a un problema equivalente de dos cables con densidades de carga opuestas?

8. (a) Calcular el potencial electrostático para todo punto del espacio producido por una esfera metálica a tierra rodeada por una cáscara esférica con una densidad de carga uniforme σ.

   (b) Suponiendo conocido el potencial producido por una carga frente a una esfera a tierra y el resultado del ítem anterior, indicar cómo utilizar el principio de superposición en los siguientes casos: