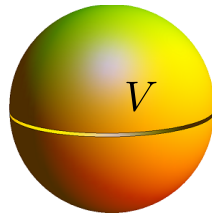


## FÍSICA TEÓRICA 1 – 2do. Cuatrimestre de 2024

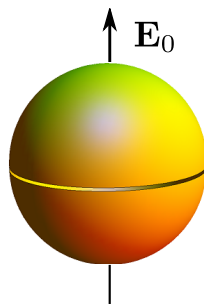
### GUÍA 4: LEYES DE CONSERVACIÓN - FENÓMENOS ESTACIONARIOS Y CUASISTACIONARIOS

#### Tensor de Maxwell.

- Usar el tensor de Maxwell para encontrar:
  - La fuerza entre dos esferas de radios  $a$  y  $b$ , con cargas  $q_1$  y  $q_2$  y separadas una distancia  $d > a + b$ .
  - La fuerza por unidad de longitud entre dos cilindros paralelos infinitos de radios  $a$  y  $b$ , separados una distancia  $d > a + b$ , y por los que circulan corrientes uniformes  $I_1$  e  $I_2$ .
- Una esfera conductora de radio  $a$  está a potencial  $V$ . Usando el tensor de Maxwell, calcular la fuerza que tiende a separar cualquier par de hemisferios. Comparar con el resultado obtenido a partir de la fuerza de Lorentz. Si la esfera está aislada y tiene carga  $Q$ : sin hacer ningún otro cálculo, ¿cuál es la fuerza que tiende a separar sus hemisferios?



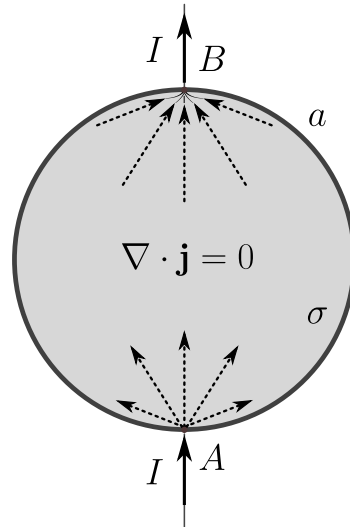
- Una esfera conductora descargada tiene radio  $a$  y está en un campo eléctrico externo uniforme  $\mathbf{E}_0$ .
  - Calcular la fuerza que tiende a separar o a unir los hemisferios según la dirección de  $\mathbf{E}_0$ .
  - Calcular la fuerza si ahora la esfera tiene carga neta  $Q$  ¿Puede obtenerse este resultado sumando a la fuerza obtenida en el ítem anterior la fuerza calculada en la segunda parte del problema 2?



- Calcular la fuerza por unidad de área sobre las paredes de un cilindro infinito de radio  $a$  que transporta una corriente superficial uniforme paralela a su eje.

**Fenómenos estacionarios, cuasiestacionarios y transitorios.**

5. Una esfera tiene radio  $a$  y conductividad  $\sigma$ . Una corriente  $I$  ingresa perpendicular a la esfera por un punto  $A$ , y egresa por un punto  $B$  diametralmente opuesto. El régimen es **estacionario**. Encontrar el potencial dentro de la esfera.

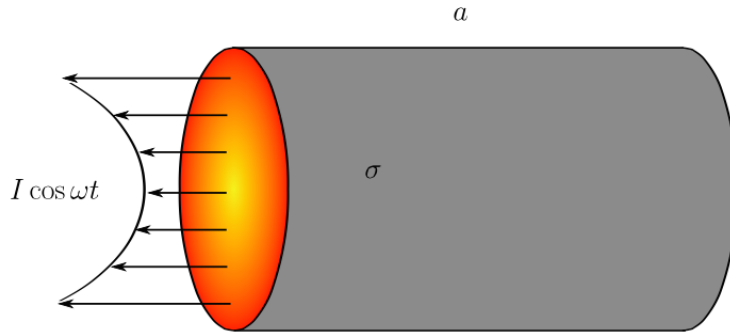


Si resuelve el problema usando separación de variables en coordenadas esféricas, obtendrá una suma infinita. Esa suma puede resolverse explícitamente operando a partir de los desarrollos

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x^2 \mp 2xy}} = \sum_{l=0}^{\infty} P_l(y) (\pm x)^l.$$

Referencias: Landau y Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, §21 en la versión en inglés, o §20 en la versión española; en ambos casos, Problema 2 al final de la sección, resuelto por medios esotéricos.

6. Por un conductor cilíndrico, macizo, de radio  $a$ ,  $\mu = \epsilon = 1$  y conductividad  $\sigma$  circula una corriente alterna del tipo  $I = I_0 \cos(\omega t)$ . La distribución de la corriente dentro del conductor **no** puede asumirse conocida, sino que debe encontrarse de manera consistente con las ecuaciones de Maxwell. Bajo la **aproximación cuasiestacionaria** (i.e. despreciar el término de corriente de desplazamiento), calcular:
- Los campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  en el interior del conductor.
  - Estudie los casos límites de la distribución de  $\mathbf{j}(\mathbf{r})$  cuando  $\delta/a \gg 1$  y  $\delta/a \ll 1$ , donde  $\delta$  es el espesor pelicular o “skin depth”.
  - Encontrar la potencia media disipada y la resistencia efectiva en los casos límites, y, en el caso del espesor pelicular mucho menor que  $a$ , la corriente superficial efectiva.
  - \* Calcular numéricamente y graficar la resistencia vs. la frecuencia en el caso general.



Referencia: Landau y Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, §60 [The skin effect] en la versión en inglés; §46, [Efecto pelicular] en la edición española de ed. Reverté.

7. Una cáscara esférica maciza tiene radio interior  $a$  y exterior  $b$ , y está caracterizada por una conductividad  $\sigma$ , una constante dieléctrica  $\epsilon$  y una permeabilidad  $\mu$ . Sobre la cara interior de la cáscara se ha depositado una densidad superficial de carga uniforme  $\Sigma$ . Si a  $t = 0$  se permite que el sistema evolucione:

- (a) Usando argumentos de simetría, ¿cuánto vale  $\mathbf{B}$  en todo el espacio y para todo  $t$ ? ¿Qué simetría tiene el campo eléctrico?
- (b) Teniendo en cuenta lo anterior, encontrar la forma que adoptan las ecuaciones de Maxwell dentro y fuera del conductor.
- (c) Encontrar el campo eléctrico, la densidad de corriente y la densidad de carga (superficial y de volumen) en función del tiempo.
- (d) Mostrar que se cumple el balance de energía según el teorema de Poynting,

$$\frac{d}{dt} \left( \int_V d^3\mathbf{r} u \right) + \int_V d^3\mathbf{r} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = - \oint_S d^2r \mathbf{S} \cdot \mathbf{n},$$

con  $u = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{B})$ ,  $\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ , y donde el volumen  $V$  es un volumen de cascarón esférico que encierra a la cáscara esférica. En particular, encontrar la evolución de la energía de los campos en función del tiempo y demostrar que la variación de energía entre  $t = 0$  y  $t = \infty$  es igual a la energía disipada por efecto Joule.

