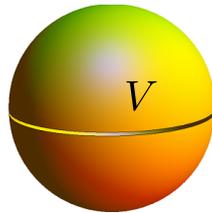


FÍSICA TEÓRICA 1 – 2do. Cuatrimestre de 2024

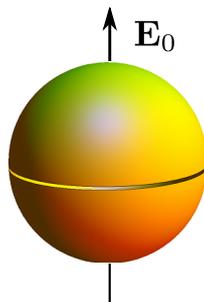
GUÍA 4: LEYES DE CONSERVACIÓN - FENÓMENOS ESTACIONARIOS Y CUASISTACIONARIOS

Tensor de Maxwell.

- Usar el tensor de Maxwell para encontrar:
 - La fuerza entre dos esferas de radios a y b , con cargas q_1 y q_2 y separadas una distancia $d > a + b$.
 - La fuerza por unidad de longitud entre dos cilindros paralelos infinitos de radios a y b , separados una distancia $d > a + b$, y por los que circulan corrientes uniformes I_1 e I_2 .
- Una esfera conductora de radio a está a potencial V . Usando el tensor de Maxwell, calcular la fuerza que tiende a separar cualquier par de hemisferios. Comparar con el resultado obtenido a partir de la fuerza de Lorentz. Si la esfera está aislada y tiene carga Q : sin hacer ningún otro cálculo, ¿cuál es la fuerza que tiende a separar sus hemisferios?



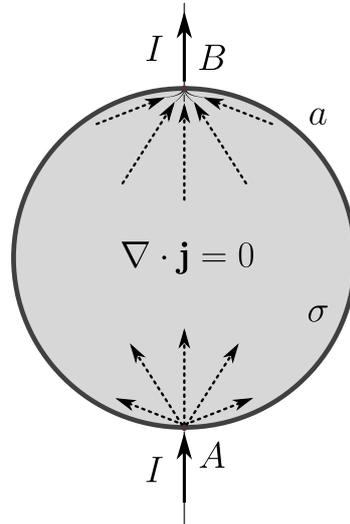
- Una esfera conductora descargada tiene radio a y está en un campo eléctrico externo uniforme \mathbf{E}_0 .
 - Calcular la fuerza que tiende a separar o a unir los hemisferios según la dirección de \mathbf{E}_0 .
 - Calcular la fuerza si ahora la esfera tiene carga neta Q ¿Puede obtenerse este resultado sumando a la fuerza obtenida en el ítem anterior la fuerza calculada en la segunda parte del problema 2?



- Calcular la fuerza por unidad de área sobre las paredes de un cilindro infinito de radio a que transporta una corriente superficial uniforme paralela a su eje.

Fenómenos estacionarios, cuasiestacionarios y transitorios.

5. Una esfera tiene radio a y conductividad σ . Una corriente I ingresa perpendicular a la esfera por un punto A , y egresa por un punto B diametralmente opuesto. El régimen es **estacionario**. Encontrar el potencial dentro de la esfera.

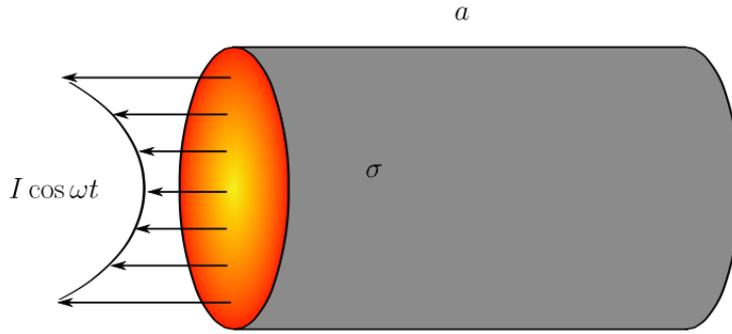


Si resuelve el problema usando separación de variables en coordenadas esféricas, obtendrá una suma infinita. Esa suma puede resolverse explícitamente operando a partir de los desarrollos

$$\frac{1}{\sqrt{1 + x^2 \mp 2xy}} = \sum_{l=0}^{\infty} P_l(y) (\pm x)^l.$$

Referencias: Landau y Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, §21 en la versión en inglés, o §20 en la versión española; en ambos casos, Problema 2 al final de la sección, resuelto por medios esotéricos.

6. Por un conductor cilíndrico, macizo, de radio a , $\mu = \epsilon = 1$ y conductividad σ circula una corriente alterna del tipo $I = I_0 \cos(\omega t)$. La distribución de la corriente dentro del conductor **no** puede asumirse conocida, sino que debe encontrarse de manera consistente con las ecuaciones de Maxwell. Bajo la **aproximación cuasiestacionaria** (i.e. despreciar el término de corriente de desplazamiento), calcular:
- Los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} en el interior del conductor.
 - Estudie los casos límites de la distribución de $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ cuando $\delta/a \gg 1$ y $\delta/a \ll 1$, donde δ es el espesor pelicular o “skin depth”.
 - Encontrar la potencia media disipada y la resistencia efectiva en los casos límites, y, en el caso del espesor pelicular mucho menor que a , la corriente superficial efectiva.
 - * Calcular numéricamente y graficar la resistencia vs. la frecuencia en el caso general.



Referencia: Landau y Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media*, §60 [The skin effect] en la versión en inglés; §46, [Efecto pelicular] en la edición española de ed. Reverté.

7. Una cáscara esférica maciza tiene radio interior a y exterior b , y está caracterizada por una conductividad σ , una constante dieléctrica ϵ y una permeabilidad μ . Sobre la cara interior de la cáscara se ha depositado una densidad superficial de carga uniforme Σ . Si a $t = 0$ se permite que el sistema evolucione:

- (a) Usando argumentos de simetría, ¿cuánto vale \mathbf{B} en todo el espacio y para todo t ? ¿Qué simetría tiene el campo eléctrico?
- (b) Teniendo en cuenta lo anterior, encontrar la forma que adoptan las ecuaciones de Maxwell dentro y fuera del conductor.
- (c) Encontrar el campo eléctrico, la densidad de corriente y la densidad de carga (superficial y de volumen) en función del tiempo.
- (d) Mostrar que se cumple el balance de energía según el teorema de Poynting,

$$\frac{d}{dt} \left(\int_V d^3\mathbf{r} u \right) + \int_V d^3\mathbf{r} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = - \oint_S d^2r \mathbf{S} \cdot \mathbf{n},$$

con $u = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{B})$, $\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H}$, y donde el volumen V es un volumen de cascarón esférico que encierra a la cáscara esférica. En particular, encontrar la evolución de la energía de los campos en función del tiempo y demostrar que la variación de energía entre $t = 0$ y $t = \infty$ es igual a la energía disipada por efecto Joule.

