Física Teórica II, I-2014, Juan Pablo Paz
Práctica 9: Información Cuántica

1. Operaciones elementales. Considere dos partículas de espín 1/2 (a las que llamamos 1 y 2). Considere los operadores de evolución $U_H^{(1,2)}$ y U_{CZ} que actúan sobre el sistema de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} U_H^{(1)} &= i(\sigma_x + \sigma_z)_1 \otimes I_2 \\ U_H^{(2)} &= I_1 \otimes \; i(\sigma_x + \sigma_z)_2 \\ U_{CZ} &= |0\rangle\langle 0|_1 \otimes I_2 + |1\rangle\langle 1|_1 \otimes (i\sigma_z)_2 \end{aligned}$$

   a) Describa un procedimiento físico para lograr que un sistema de dos niveles evolucione con el operador U_H (por ejemplo, considere un átomo de dos niveles en una zona de Ramsey, como las discutidas en el TP8).

   b) Describa un procedimiento físico para lograr que un par de sistemas de dos niveles evolucionen con el operador U_{CZ}. Por ejemplo, puede considerar un átomo de dos niveles acoplado con el campo electromagnético en una cavidad en la que solamente puede haber un fotón o ninguno. Demuestre que es posible lograr un operador *muy similar* a U_{CZ} en el caso de una interacción dispersiva durante un tiempo apropiadamente elegido.

   c) Demuestre cómo construir un operador U_{CN} combinando los operadores descriptos en los items anteriores, donde

$$U_{CN} = |0\rangle\langle 0|_1 \otimes I_2 + |1\rangle\langle 1|_1 \otimes (i\sigma_x)_2$$

   Interprete la acci on de este operador. ¿Es posible decir que U_{CN} es tal que el estado del sistema 2 cambia dependiendo del estado del sistema 1?. ¿Es cierto lo contrario?

2. Medición en la base de Bell. Considere los siguientes estados máximamente entrelazados (estados de Bell modificados):

$$\left|\Psi'_\pm\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,1\rangle \pm i\,|1,0\rangle), \quad \left|\Phi'_\pm\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0\rangle \pm i\,|1,1\rangle).$$

   a) Demuestre que estos estados son autoestados de los operadores $N_1 = \sigma_x \otimes \sigma_y$ y $M_2 = \sigma_z \otimes \sigma_z$.

   b) Demuestre que el operador de cambio de base entre la base canónica ($B_C = \{|0,0\rangle, |0,1\rangle, |1,0\rangle, |1,1\rangle\}$) y la base de bell modificada ($B_B = \{\left|\Psi'_\pm\right\rangle, \left|\Phi'_\pm\right\rangle\}$) puede obtenerse como una secuencia de operaciones del tipo U_H y U_{CN}.

   c) Diga como puede usarse esto para medir simultaneamente los operadores N_1 y M_2.

3. Teleportación. Se pretende teleportar al Laboratorio B el estado de un sistema de espín 1/2 que se encuentra en el Laboratorio A. Para eso, se dispone de un par de partículas (que denominamos 1 y 2) en un estado entrelazado $|\psi_{1,2}\rangle$. Describa el procedimiento de teleportación para cada uno de los siguientes casos:

   a) $|\psi_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,1\rangle - |1,0\rangle)$ (se hace en la teórica).

b) $|\psi_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0\rangle \pm |1,1\rangle)$.

c) $|\psi_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0\rangle \pm i\,|1,1\rangle)$.

4. Codificación superdensa. Se desea enviar información entre los laboratorios A y B. Para hacerlo dispone de un par de partículas entrelazadas en un estado de Bell de dos espines (a los que llamaremos 1 y 2), por ejemplo $|\psi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,1\rangle - |1,0\rangle)$. La partícula 1 se encuentra en el laboratorio A y la 2 en el laboratorio B.

   a) Diga cómo podría proceder para transmitir 2 bits de información si sólo dispone de los siguientes recursos: i) Puede aplicar operaciones locales en el laboratorio A (donde está la partícula 1), ii) Puede luego enviar la partícula 1 desde el laboratorio A hasta el laboratorio B y iii) Puede realizar cualquier medición sobre el par de partículas $(1,2)$ una vez que la segunda llegó al Laboratorio B.

   b) Diga cómo debe proceder si el estado en el que están preparadas las partículas 1 y 2 es $|\Phi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0\rangle + |1,1\rangle)$.