Física Teórica 2 (2014 - 1C)

Primer Parcial

1. Considere una partícula en un potencial unidimensional $V(x) = -kx$ (por ejemplo, puede corresponder a un campo gravitatorio o a un campo eléctrico uniforme).

   a) Resuelva las ecuaciones de Heisenberg para los operadores de posición y de momento. Usando esto demuestre que si el estado inicial es un autoestado del operador momento con autovalor p_0, el estado sigue siendo autoestado del operador momento a todo tiempo. Encuentre dicho estado e interprete.

   b) Si el estado inicial fuese un autoestado del operador de posición con autovalor x_0,¿sigue siendo autoestado del operador de posición a todo tiempo? Justifique.

   c) Escriba el Hamiltoniano en la representación $\{|p\rangle\}$ y encuentre los autoestados de energía E en dicha representación. Ayuda: proponga $\tilde{\phi}_E(p) = N\exp(i\alpha p^3 + i\beta p)$, determine α y β en función de E y los datos del problema.

2. Considere un oscilador armónico cuántico de frecuencia ω en el estado:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{2}(|1\rangle + |2\rangle)$$

   donde los estados $|n\rangle$ son autoestados del oscilador armónico con energía $(n+1/2)\hbar\omega$, siendo n un número entero.

   a) Encuentre el valor medio y la dispersión del operador posición para $t = 0$, y el valor medio del operador posición a tiempo t.

   b) Considere ahora el siguiente observable:

$$A = a(|0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0| - |2\rangle\langle 2|)$$

   Si a $t = 0$ se mide A, decida qué valores podrán obtenerse y con qué probabilidad. Indique cuál será el estado del sistema inmediatamente después de la medición en cada caso.

   c) Si a $t = 0$ no se mide nada y a tiempo t se mide A, ¿qué valores podrán obtenerse y con qué probabilidad?

   d) Si a $t = 0$ se mide A y se obtiene el resultado $-a$, ¿qué valores de energía podrán medirse a tiempo t y con qué probabilidad? ¿Y de A?

3. La matriz densidad de un sistema de dos partículas A y B ambas de espín 1/2 está dada por:

$$\rho_{AB} = \frac{1}{4}(I \otimes I - \sigma_x \otimes \sigma_y + \sigma_y \otimes \sigma_x - \sigma_z \otimes \sigma_z +$$

   a) Se mide $M_1 = \sigma_x \otimes \sigma_x$, ¿qué valores se obtiene y con qué probabilidad?. Calcule lo mismo si se mide $M_2 = \sigma_z \otimes \sigma_z$, demuestre que ρ_{AB} es autoestado de M_2.

   b) Calcule las matrices densidad reducidas de los subsistemas A y B (ρ_A y ρ_B).

   c) Calcule la probabilidad de medir $\sigma_a = \vec{a} \cdot \vec{\sigma}^{(A)} = \pm 1$. Calcule la probabilidad de medir $\sigma_b = \vec{b} \cdot \vec{\sigma}^{(B)} = \pm 1$.

   d) Calcule la probabilidad de medir $\sigma_x = 1$ y $\sigma_y = -1$.

4. Suponga que en una cavidad prepara un estado del campo electromagnético que es superposicion de dos estados coherentes: $|\Psi\rangle = K(|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle)$, donde K es una constante de normalización y $|\alpha\rangle$ es un estado coherente.

   a) Encuentre el valor de la constate K. Calcule la probabilidad de detectar n fotones en la cavidad.

   b) Se prepara un átomo en el estado $|e\rangle$ (un estado excitado de un átomo de Rydberg). El átomo atraviesa la cavidad, cuya frecuencia resuena con la frecuencia de Bohr del átomo. Calcule cual es la probabilidad de encontrar al átomo en el estado $|e\rangle$ después de un tiempo t.

   c) Diga cuál es la matriz densidad reducida del átomo. Calcule la pureza de ese estado y la del estado de los fotones dentro de la cavidad.