

## Física Teórica II, I-2014, Juan Pablo Paz

### Práctica 14: Perturbaciones dependientes del tiempo

1. Consideren un átomo alcalino, es decir, que puede ser aproximadamente descrito por una función de onda hidrogenoide con un electrón (con espín, claro):  $|n, l, m_l, m_s\rangle$ . Si se enciende un campo eléctrico cuadrupolar ¿qué transiciones son posibles?. Consideren en particular los campos cuadrupolares  $\alpha_1(3z^2 - r^2)$  y  $\alpha_2xy$ . Determinar las posibles transiciones implica usar las llamadas reglas de selección.
2. Considere el oscilador armónico unidimensional de frecuencia  $\omega_0$ , que a  $t < 0$  está en el estado fundamental. A  $t = 0$  se enciende una perturbación

$$V(t) = F_0 x \cos \omega t$$

donde  $F_0$  es una constante. Obtenga una expresión para el valor de expectación  $\langle x \rangle$  como función del tiempo usando la teoría de perturbaciones al orden mas bajo no nulo. ¿Es válido este procedimiento para  $\omega \approx \omega_0$ ?

3. Un oscilador armónico unidimensional está en el estado fundamental para  $t < 0$ . A tiempos positivos se lo somete a una fuerza dependiente del tiempo pero especialmente uniforme en la dirección  $x$  dada por

$$F(t) = F_0 e^{-t/\tau}$$

- a) Usando la teoría de perturbaciones dependiente del tiempo, obtenga la probabilidad de encontrar el oscilador en el primer estado excitado a primer orden. Muestre que en el límite  $t \rightarrow \infty$ , la expresión es independiente del tiempo. ¿Es esto razonable o sorprendente?
  - b) ¿Podemos encontrar al oscilador en estados excitados de mayor energía?
4. El hamiltoniano de un sistema de dos niveles

$$H_0 = \frac{\hbar\omega_A}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

es perturbado por el potencial

$$V(t) = \hbar\Omega \cos \omega t \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

donde  $\lambda$  es real.

- a) A  $t = 0$  el sistema está en el estado

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Usando la teoría de perturbaciones dependiente del tiempo y asumiendo que  $\omega_A$  no es cercano a  $\pm\omega$ , derive una expresión para la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

para tiempos positivos. Compare con la solución en la aproximación de onda rotante.

b) ¿Por qué este procedimiento no es válido cuando  $\omega_A \approx \pm\omega$ ?

5. Considere un sistema compuesto por dos objetos de espín 1/2. Para  $t < 0$  el hamiltoniano no depende del espín y puede igualarse a cero corriendo la escala de energía. Para  $t > 0$  el hamiltoniano está dado por

$$H = \left( \frac{4\Delta}{\hbar^2} \right) \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$$

Suponga que el sistema está en el estado  $|+-\rangle$  para  $t < 0$ . Encuentre la probabilidad de que a un tiempo  $t$  el sistema se halle en cada uno de los estados  $|++\rangle$ ,  $|+-\rangle$ ,  $|-\rangle$ , y  $|--\rangle$

a) resolviendo el problema exactamente,

b) suponiendo que vale la teoría de perturbaciones a primer orden, siendo  $H$  la perturbación que se enciende a  $t = 0$ .

¿Bajo qué condiciones (b) da resultados correctos?

6. El estado fundamental de un átomo de hidrógeno

$$\psi_{n=1,l=0}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{z}{a_0} \right)^{2/3} e^{-Zr/a_0}$$

es sujeto a la acción de un potencial dependiente del tiempo

$$V(\mathbf{x}, t) = V_0 \cos(kz - \omega t)$$

Usando la teoría de perturbaciones dependiente del tiempo, obtenga una expresión para la tasa de la transición en la cual el electrón es emitido con momento  $\mathbf{p}$ . En particular, muestre como calcular la distribución angular del electrón emitido en términos de los ángulos  $\theta$  y  $\phi$  medidos respecto del eje  $z$ . Discuta la relación de este problema con un modelo más realista del efecto fotoeléctrico.

**Nota:** Si encuentra un problema de normalización, tome a la función de onda final como

$$\psi_f(\mathbf{x}) = \left( \frac{1}{L^{2/3}} \right) e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}/\hbar}$$

con  $L$  suficientemente grande, aunque debería mostrar que los efectos observables son independientes de  $L$ .