# Física Teórica 2 (2013 - 2C)

Primer Parcial

**P1.** Considere un sistema cuyo hamiltoniano está dado por $\hat{H} = \frac{\hat{L}_x^2+\hat{L}_y^2}{2I} + \frac{\hat{L}_z^2}{2I_3}$. Suponga que el estado del sistema está dado por $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|11\rangle + |10\rangle + |1-1\rangle)$, donde $|lm\rangle$ denota un autoestado de: $\hat{L}^2$ con autovalor $l(l+1)\hbar^2$ y de $\hat{L}_z$ con autovalor $m\hbar$, respectivamente.
a) Se mide la energía de ese sistema. ¿Qué valores pueden obtenerse y con qué probabilidad? Indique en cada caso el estado después de la medición si se mide la energía
b) ¿Qué operador(es) se debe(n) agregar a $\hat{H}$ para tener un conjunto completo de observables que conmutan (CCOC)?.
c) Si sobre el estado original del sistema, se miden el(los) observable(s) planteado(s) en el punto anterior ¿qué resultados pueden obtenerse? ¿Con qué probabilidad se obtendrá cada uno?
d)En el caso que $I = 2I_3$, se agrega al Hamiltoniano original un a perturbación $\hat{V} = \lambda\hat{L}_x^2$. Calcule en primer orden la corrección a los niveles de energía degenerados cuando $\hat{L}^2$ posee autovalor $2\hbar^2$.

**P2.** El Hamiltoniano de un oscilador armónico perturbado se escribe en términos de los usuales operadores de creación y destrucción :

$$\hat{H} = \hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right) + \frac{\hbar\omega\lambda}{2}(\hat{a}^{\dagger 2} + \hat{a}^2)$$

Dados los operadores $\hat{b} = \frac{1}{\sqrt{1-\sigma^2}}(\hat{a} + \sigma\hat{a}^\dagger +)$ y $\hat{b}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{1-\sigma^2}}(\hat{a}^\dagger + \sigma\hat{a})$, con $\sigma$ real:

a) Probar que $[\hat{b}, \hat{b}^\dagger] = 1$.
b) Reescriba $\hat{H}$ en término de estos operadores y pruebe que si se elige $\sigma$ tal que: $\lambda + \lambda\sigma^2 - 2\sigma = 0$, los términos cuadráticos $\hat{b}^2$ y $\hat{b}^{\dagger 2}$ se cancelan.
c) Usando la raiz: $\sigma = \frac{1-\delta}{\lambda}$ con $\delta = \sqrt{1-\lambda^2}$ se puede probar que $H = \hbar\omega\delta\left(\hat{b}^\dagger\hat{b} + \frac{1}{2}\right)$. Determine las autoenergías exactas del problema en función de los parámetros del mismo.

d) Asumiendo $\lambda$ es pequeño, use la teoría de perturbaciones al menor orden no nulo para determinar la energía del nivel fundamental. Compruebe que su resultado es correcto expandiendo la energía obtenida en el punto anterior para valores del parámetro $\lambda$ chicos.

**P3.** Considere el hamiltoniano de un sistema de espín 1/2 sujeto a un campo magnético externo uniforme $B$ en la dirección $z$ para tiempos $t < 0$ ,

$$H_0 = -\left(\frac{eB}{mc}\right)S_z = \omega S_z \ .$$

A $t = 0$ se enciende un campo magnético en la dirección $x$ de modo que el Hamiltoniano cambia a

$$H = \omega S_z \ + \lambda S_x = \sqrt{\omega^2 + \lambda^2}\mathbf{S}\cdot\mathbf{n}$$

a) Si a $t = 0$ el sistema se encuentra en el autoestado de $S_z$: $|\alpha\rangle = |+\rangle$. Calcule en forma exacta el estado $|\alpha, t\rangle$ a un tiempo posterior $t$.
b) Calcule la probabilidad de encontrar al sistema en el estado $(|-\rangle$ al tiempo $t$.
c) Asumiendo que el campo en $x$ es pequeño, calcule la misma probabilidad usando teoría de perturbaciones dependientes del tiempo en primer orden. Verifique su resultado expandiendo el resultado obtenido en b) a primer orden en $\lambda$.