Física Teórica 2 (2013 - 2C)

Recuperatorio del Primer Parcial

P1. Una caja conteniendo una partícula es dividida en tres compartimientos (izquierdo, centro y derecho) por medio de separadores finos. Si se sabe que la partícula está del lado derecho con certeza el estado se representa por el autoestado de posición $|R>$, del mismo modo si se sabe con certeza que la partícula está en el medio por $|C>$ y en el lado izquierdo por $|L>$, donde se han despreciado variaciones espaciales dentro de cada porción de la caja. El vector de estado más general puede ser escrito como

$$|\alpha>= |R>< R|\alpha> + |C>< C|\alpha> + |L>< L|\alpha>$$

donde $\{< R|\alpha>, < C|\alpha> < L|\alpha>\}$ puede ser considerado como la 'función de onda'. La partícula puede 'tunelear' a travéz de las particiones contiguas, pero no puede hacerlo en forma directa de la parte izquierda a la derecha; este efecto de 'tuneleo' y el hecho de que el compartimiento del medio es más chico es caracterizado por el Hamiltoniano

$$H = \Delta(3|R>< R| - |R>< C| - |C>< R> + 4|C>< C| - |C>< L| - |L>< C| + 3|L>< L|)$$

donde Δ es un número real con dimensiones de energía.

a) Encuentre los autoestados de energía normalizados correspondientes a los autovalores de energía: $2\Delta, 3\Delta$ y 5Δ.
b) Suponga que a $t = 0$ la partícula está del lado derecho con certeza. ¿ Cuál es la probabilidad de observar a la partícula en el centro C como función del tiempo? Haga un gráfico de la misma.
c) Calcule el valor medio de la energía en función del tiempo para la situación inicial planteada en el punto b).

P2. Una partícula de masa m y carga q se mueve en dos dimensiones y está sujeta a un oscilador armónico isótropo de frecuencia ω. Se aplica un campo eléctrico $\vec{E} = E_0(\cos\phi\hat{x} + \sin\phi\hat{y})$ de modo de que el Hamiltoniano del sistema es

$$H = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} + \frac{1}{2}m\,\omega^2(x^2 + y^2) - qE_0(x\cos\phi + y\sin\phi)$$

siendo ϕ el ángulo que forma el campo $\vec{E}$ con el eje $\hat{x}$.
a) Calcule las energía del estado fundamental usando la teoría de perturbaciones al menor orden no nulo. ¿ Depende esta energía del ángulo ϕ?
b) Calcule función de onda del estado fundamental usando la teoría de perturbaciones al menor orden no nulo.
c) Usando el resultado del item b), calcule el valor medio del vector posición en el estado fundamental al orden más bajo en potencias de E_0.
d) Calcule en forma exacta los autovalores y autoestados del problema. Verifique su respuesta a los items a) y c) cuando E_0 es pequeño.

P3. Un rotor rígido con hamiltoniano

$$H = \frac{L_x^2 + L_y^2}{2I_1} + \frac{L_z^2}{2I_2}$$

está en un estado con $l = 1$.
a) Encuentre las autoenergías y los autoestados normalizados de este sistema en el subespacio de $l = 1$, ¿Existen estados degenerados?
b) Usando que el operador de rotación en un ángulo βalrededor del eje y para $j = 1$ es $\mathcal{D}^{(j=1)}(\beta) = 1 - (J_y/\hbar)^2(1 - \cos(\beta)) - i(J_y/\hbar)\sin(\beta)$, construya el estado con $L_x = \hbar$ a partir de un autoestado de L_z. Verifique explícitamente que el estado encontrado es autoestado de L_x.
c) Se hace una medición de L_x y L^2 obteniendose $\hbar$ y $2\hbar^2$, respectivamente ¿Cuál es la probabilidad de medir, inmediatamente después, valores de $L_z = \pm 2\hbar, \pm\hbar, 0$.
d) Al tiempo $t = 0$ se agrega una perturbación dependiente del tiempo $V(t) = \gamma B_0 \sin\omega t L_x$. Usando teoría de perturbaciones calcule la amplitud de transición para ir del estado inicial con $L_z = \hbar$ al estado con $L_z = 0$.