

Física Teórica II, I-2015, Juan Pablo Paz

Práctica 14: Partículas Idénticas

1. a) N partículas idénticas de espín $1/2$ están sometidas a un potencial de oscilador armónico unidimensional. ¿Cuál es la energía del estado fundamental?
 b) Suponga $N = 2$. Escriba el vector de estado del sistema correspondiente al estado fundamental. ¿Existe alguna restricción para el valor del espín total del sistema? Interprete físicamente.
2. Dos partículas distinguibles de espín $3/2$ sin impulso angular orbital pueden acoplarse a $J = 3$, $J = 2$, $J = 1$ o $J = 0$. Suponga ahora que las partículas son idénticas. ¿Qué restricciones se obtienen?
3. Demuestre que dos fermiones idénticos en una misma órbita j , sólo se pueden acoplar a impulso total J par. Use la antisimetría de la función de onda, o sea $\phi(j^2, m, m') = -\phi(j^2, m', m)$ y la propiedad de los Clebsch-Gordan

$$\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | JM \rangle = (-1)^{j_1 + j_2 - J} \langle j_2 m_2 j_1 m_1 | JM \rangle.$$

4. Demuestre que dos bosones con un mismo impulso angular l , sólo se pueden acoplar a impulso total L par. Use la simetría de la función de onda, o sea $\phi(l^2, m, m') = \phi(l^2, m', m)$ y la propiedad de los Clebsch-Gordan

$$\langle l_1 m_1 l_2 m_2 | LM \rangle = (-1)^{l_1 + l_2 - L} \langle l_2 m_2 l_1 m_1 | LM \rangle.$$

Indique similitudes y diferencias con el caso de dos fermiones idénticos de espín $1/2$.

5. Construya los posibles estados de varias partículas en cada uno de los siguientes casos:
 - a) 2 bosones de espín 1.
 - b) 3 bosones de espín 1.
 - c) 2 fermiones de espín $7/2$.
6. Tres partículas idénticas de espín 0 están situadas en los vértices de un triángulo equilátero. El eje z es perpendicular al plano del triángulo y pasa por su centro. Todo el sistema puede rotar libremente alrededor de dicho eje. Obtenga restricciones para los valores posibles de J_z .
7. Considere tres partículas idénticas de espín 1 que interactúan débilmente.
 - a) Suponga que se sabe que la parte espacial del vector de estado es simétrico respecto del intercambio de cualquier par de partículas. Utilizando la notación $|+\rangle|0\rangle|+\rangle$ para el caso en que la partícula 1 está en $m_s = 1$, la partícula 2 en $m_s = 0$ y la partícula 3 en $m_s = 1$, construya los estados de espín normalizados en los siguientes tres casos:
 - i) Las tres partículas en el estado $|+\rangle$.
 - ii) Dos de ellas en $|+\rangle$, la otra en $|0\rangle$.
 - iii) Las tres en diferentes estados de espín.
 ¿Cuál es el espín total en cada caso?

- b) Trate de resolver el mismo problema cuando la parte espacial es antisimétrica ante el intercambio de cualquier par de partículas.
8. Dos fermiones idénticos de espín $1/2$ se mueven en una dimensión bajo el efecto de un potencial de pozo infinito

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{para } x < 0, x > L \\ 0 & \text{para } 0 \leq x \leq L \end{cases}$$

- a) Escriba la función de onda y la energía del estado fundamental cuando las dos partículas se encuentran en un triplete de espín.
- b) Repita (a) cuando las partículas se encuentran en el singlete de espín.