Física Teórica 2 (2014 - 1C)

Segundo Parcial

1. Considere una partícula de spin 1/2 con momento angular orbital total $\ell = 1$, descripta por un Hamiltoniano de la forma:
$$H = \alpha_0 \mathbf{L}^2 + \gamma_0 \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

   a) Encuentre la base que diagonaliza el Hamiltoniano, describiéndola dando los autovalores de algun C.C.O.C que considere correcto. Encuentre la energía de cada estado, ¿hay degeneración?.

   b) A $t = 0$ se enciende un campo magnético débil que oscila en el tiempo. Su interacción con la partícula se puede describir mediante el potencial:
$$V(t) = B_y(S_y + L_y)\sin(\omega t)$$
   Si a $t < 0$ el sistema está en un estado con proyección máxima de momento angular orbital y de espín en la dirección $\mathbf{z}$, encuentre el estado a tiempo t a primer órden en la teoría de perturbaciones. *Nota*: este problema también puede ser resuelto exactamente.

   c) Suponga que el campo magnético sólo afecta al espín de la partícula, de modo que la interacción está descripta por el potencial:
$$V(t) = B_y S_y \sin(\omega t)$$
   Si a $t < 0$ el sistema se encuentra en un estado con energía mínima ($\gamma_0 > 0$) y proyección en $\mathbf{z}$ del momento angular **total** $-\hbar/2$, decida si, a primer órden en B_x, será posible encontrar al sistema en alguno de los siguientes autoestados del Hamiltoniano, luego de encender la perturbación:
   i) Un estado con la misma proyección en $\mathbf{z}$ de momento angular **total**, pero energía máxima.
   ii) Un estado con la misma energía, pero distinta proyección en $\mathbf{z}$ del momento angular **total**.

2. Considere un oscilador armónico anisótropo en tres dimensiones. El hamiltoniano está dado por
$$H_0 = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}(x^2 + y^2) + \frac{p_z^2}{2m} + \frac{m\omega_0^2 z^2}{2}$$
   Este tipo de Hamiltoniano puede usarse para describir aproximadamente varios sistemas físicos, por ejemplo: iones en una trampa electromagnética.

   a) Considerando $\omega_0 > 2\omega$ ¿Cuáles son las energías de los tres niveles de menor energía? ¿Hay degeneración?

   b) Ahora se aplica la perturbación $V = \lambda\, m\omega^2(x^2 - y^2)$, donde λ es un número real adimensional mucho menor que uno. Encuentre los autoestados de energía a orden cero y las correspondientes autoenergías a primer orden [es decir, la energía no perturbada de (a) más el corrimiento de energía a primer orden] para cada uno de los tres niveles de menor energía.

   c) Resuelva exactamente $H_0 + V$. Expandiendo las energías a primer orden en el parámetro λ compare con los resultados perturbativos hallados en (b).

3. Considere tres partículas idénticas con spin moviéndose en la dirección z, las cuales se encuentran sometidas a un potencial de oscilador armónico $H_{i,osc} = \frac{p_{iz}^2}{2m} + \frac{m\omega_0^2 z_i^2}{2}$ (p_{iz} es el momento de la partícula i en la dirección z). Las partículas no interactúan entre sí y están acopladas a un campo magnético externo aplicado en la dirección de movimiento siendo la interacción $H_{i,spin} = \Omega S_{iz}$ ($\Omega > \omega_0 > 0$).

   a) Escriba el hamiltoniano del sistema de tres partículas.

   b) Para el caso en que las tres partículas son bosones de spin 1, exprese el estado fundamental del sistema en términos de los autoestados del oscilador armónico y los autoestados del spin en la dirección z . Indique la energía de dicho estado. Sugerencia: trabaje con alguna notación compacta del tipo $\{|n+ >, |n0 >, |n- >\}$.

   c) Repita el inciso anterior, pero ahora en el caso en que las 3 partículas son fermiones de spin 1/2.

   d) Ahora considere dos partículas idénticas de spin 1/2 interactuando con un potencial $H_{int} = \lambda S_{1,z} S_{2,z}$ ($\lambda > 0$), **sin** campo magnético externo. Calcule la corrección a la energía usando la teoría de perturbaciones, para el nivel de menor energía en los siguientes casos: i) estado singlete (espín total 0), ii) estado triplete (espín total 1).