

Importante: es condición necesaria para la aprobación que **todos los pasos estén claramente justificados**.

Si considera que hay alguna expresión que necesita y no tiene como deducirla rápidamente levante la mano y solicítela. Resuelva cada ejercicio en hojas separadas. Se aprueba con 6/10.

1. (3 puntos) Considere un oscilador armónico isótropo en dos dimensiones con hamiltoniano H_0 . Se aplica la perturbación $V = \delta m \omega^2 xy$, donde δ es un número real adimensional mucho menor que uno. Se pide estudiar los estados de menor energía y primer excitado.

- Encuentre, para el estado fundamental, las correcciones de energía hasta segundo orden y el estado corregido a primer orden.
- Repita el ítem anterior para los primeros excitados.
- Resuelva exactamente $H_0 + V$. Compare con los resultados perturbativos hallados para las energías. Ayuda: se puede escribir el hamiltoniano como un oscilador anisótropo mediante el cambio de variables $x_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x \pm y)$.

2. (4 puntos) Considere un átomo de hidrógeno con autoestados $|n, l, m_l, s, m_s\rangle$ y asuma conocidas sus energías. En $t = 0$ se encuentra en el estado $|i\rangle = c_1 |2, 1, 1, 1/2, -\rangle + c_2 |2, 1, 0, 1/2, +\rangle$ y comienza a ser sometido a una perturbación que depende armónicamente del tiempo, dada por un potencial de interacción

$$V(t) = V_0(Y_1^2 + Y_{-1}^2) \otimes S_x \cos(\omega t) .$$

- Calcule la probabilidad de obtener los siguientes estados finales luego de un tiempo τ a primer orden en la teoría de perturbaciones (deje expresado el resultado en términos de elementos de matriz que no pueda calcular). Ayuda: tenga en cuenta argumentos de simetría.
 - $|f\rangle = |4, 3, 2, 1/2, +\rangle$
 - $|f\rangle = |4, 2, 0, 1/2, +\rangle$
 - $|f\rangle = |4, 1, 1, 1/2, -\rangle$.
 - Suponga la transición primera del ítem anterior. Calcule nuevamente para el caso de resonancia, donde $\hbar\omega$ coincide con la diferencia de energía $E_f - E_i$. Explique si la teoría a primer orden deja de valer en este caso.
3. (3 puntos) Considere un átomo de dos electrones, uno en el estado $1s$ ($n = 1$ y $l = 0$) y otro en el estado $3d$ ($n = 3$ y $l = 2$). Tenga en cuenta que los electrones son fermiones de espín $1/2$ y desprecie la interacción entre electrones.

- Indique qué valores se pueden obtener si se mide J total (suma de todos los posibles momentos angulares).
- Para el caso de un electrón en el estado $1s$ y el otro en el estado $3d_{+2}$ ($n = 3, l = 2$ y $m = 2$), escriba las funciones de onda con la simetría adecuada.
- Se tiene **estadísticamente** $1/3$ de probabilidad de tener el estado con $S = 0$ y $m = 2$ y $2/3$ de probabilidad de tener el estado con $S = 0$ y $m = 1$. S es el spín total. i) Escriba el operador densidad correspondiente y ii) calcule el valor medio del observable $\vec{L} \cdot \vec{S}$ (con L el momento angular orbital total).

Algunas expresiones que podrían resultar útiles

1. Perturbaciones:

$$\dot{c}_m^{(1)}(t) = \frac{-i}{\hbar} \sum_n c_n^{(0)} e^{-i(E_n - E_m)t/\hbar} \langle m | V(t) | n \rangle$$

2. Teorema de Wigner-Eckart:

$$\langle n' \ell' m' | T_q^{(k)} | n \ell m \rangle = \langle k \ell; q m | k \ell; \ell' m' \rangle \langle n' \ell' || T^{(k)} || n \ell \rangle$$