

## Física Teórica 2 (2016 - 1C)

### Modelo Segundo Parcial

1. (2.5 pts.) Considere un sistema descrito por el Hamiltoniano

$$H = \omega_0 \frac{L^2}{\hbar} + \Delta L_y$$

- a) Utilizando la representación de Heisenberg, calcule el valor medio de  $\vec{L}$  para todo tiempo, sabiendo que a  $t = 0$  vale  $\langle \vec{L} \rangle = \vec{L}_0$ .
- b) Encuentre una base que diagonalice el Hamiltoniano y calcule el espectro correspondiente.
- c) Suponga ahora que el estado inicial es el estado  $|l = 1, m_z = 0\rangle$ . Demuestre que existe un tiempo  $\tau$  en el que el estado evoluciona a  $|l = 1, m_x = 0\rangle$ ; donde  $m_z$  y  $m_x$  es el número cuántico correspondiente a  $L_z$  y  $L_x$ , respectivamente. Encuentre el valor de  $\tau$ .

Ayuda: Analice las propiedades del operador de rotaciones.

2. (2.5 pts.) Un protón (spin 1/2) sujeto a un hamiltoniano

$$H = (\alpha/\hbar^2)L^2 + (\gamma/\hbar^2)\vec{L} \cdot \vec{S}$$

posee un momento angular orbital  $l = 1$  ( $\gamma > 0$ ).

- a) Determine los autoestados y autoenergías de la partícula.
- b) Si la partícula se encuentra en el estado fundamental con un valor de proyección de momento angular total  $J_z = 1/2\hbar$ , qué valores de  $L_z$  son posibles y con qué probabilidades.
- c) Calcule las correcciones a la energía del estado fundamental en el orden más bajo no nulo cuando se le aplica un campo magnético débil en la dirección  $z$ , siendo el potencial de interacción  $W = (\beta/\hbar)(L_z + 2S_z)$  ( $\beta$  es una función lineal del campo magnético).
3. (2.5 pts.) Considere un átomo de hidrógeno sometido a la siguiente perturbación dependiente del tiempo:

$$V(t) = \lambda(1 - \exp(-t/t_0))r^2 Y_{20}(\theta, \varphi) \quad t \geq 0$$

donde  $Y_{lm}$  denota un armónico esférico.

- a) Si el estado inicial es  $|n = 2, l = 1, m = 0\rangle$ , exprese la amplitud de transición hacia estados  $|n'l'm'\rangle$  al tiempo  $t$  al menor orden no nulo en  $\lambda$  (deje expresada las integrales espaciales). Indique y justifique las reglas de selección correspondientes.
- b) Especifique los dos estados con niveles de energía más cercano al del estado inicial hacia los cuales la perturbación puede producir una transición.
4. (2.5 pts.) Dos partículas idénticas de *spin* 1/2 se mueven en un potencial armónico de frecuencia  $\omega$ , con autofunciones  $\phi_n(x) = \langle x|n\rangle$  y autoenergías  $E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$ .
- a) Para el estado fundamental escriba la función de onda espacial  $\psi(x_1, x_2)$  y determine su energía.
- b) Repita el ítem del punto anterior para el primer estado excitado cuando las partículas se encuentran en el estado singlete de spin y en el caso en que se encuentren en el estado triplete de spin.
- c) Suponga ahora que las partículas interactúan entre sí a través de la interacción:  $V(x_1, x_2) = \lambda(x_1 - x_2)^2$ . Calcule la corrección en primer orden de la teoría de perturbaciones a la energía del estado fundamental y del primer estado excitado, tanto para el caso singlete como para el triplete.