

Física Teórica 2 (2016 - 1C)

Modelo Segundo Parcial

1. (2.5 pts.) Considere un sistema descrito por el Hamiltoniano

$$H = \omega_0 \frac{L^2}{\hbar} + \Delta L_y$$

- a) Utilizando la representación de Heisenberg, calcule el valor medio de \vec{L} para todo tiempo, sabiendo que a $t = 0$ vale $\langle \vec{L} \rangle = \vec{L}_0$.
- b) Encuentre una base que diagonalice el Hamiltoniano y calcule el espectro correspondiente.
- c) Suponga ahora que el estado inicial es el estado $|l = 1, m_z = 0\rangle$. Demuestre que existe un tiempo τ en el que el estado evoluciona a $|l = 1, m_x = 0\rangle$; donde m_z y m_x es el número cuántico correspondiente a L_z y L_x , respectivamente. Encuentre el valor de τ .

Ayuda: Analice las propiedades del operador de rotaciones.

2. (2.5 pts.) Un protón (spin 1/2) sujeto a un hamiltoniano

$$H = (\alpha/\hbar^2)L^2 + (\gamma/\hbar^2)\vec{L} \cdot \vec{S}$$

posee un momento angular orbital $l = 1$ ($\gamma > 0$).

- a) Determine los autoestados y autoenergías de la partícula.
- b) Si la partícula se encuentra en el estado fundamental con un valor de proyección de momento angular total $J_z = 1/2\hbar$, qué valores de L_z son posibles y con qué probabilidades.
- c) Calcule las correcciones a la energía del estado fundamental en el orden más bajo no nulo cuando se le aplica un campo magnético débil en la dirección z , siendo el potencial de interacción $W = (\beta/\hbar)(L_z + 2S_z)$ (β es una función lineal del campo magnético).
3. (2.5 pts.) Considere un átomo de hidrógeno sometido a la siguiente perturbación dependiente del tiempo:

$$V(t) = \lambda(1 - \exp(-t/t_0))r^2 Y_{20}(\theta, \varphi) \quad t \geq 0$$

donde Y_{lm} denota un armónico esférico.

- a) Si el estado inicial es $|n = 2, l = 1, m = 0\rangle$, exprese la amplitud de transición hacia estados $|n'l'm'\rangle$ al tiempo t al menor orden no nulo en λ (deje expresada las integrales espaciales). Indique y justifique las reglas de selección correspondientes.
- b) Especifique los dos estados con niveles de energía más cercano al del estado inicial hacia los cuales la perturbación puede producir una transición.
4. (2.5 pts.) Dos partículas idénticas de *spin* 1/2 se mueven en un potencial armónico de frecuencia ω , con autofunciones $\phi_n(x) = \langle x|n\rangle$ y autoenergías $E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$.
- a) Para el estado fundamental escriba la función de onda espacial $\psi(x_1, x_2)$ y determine su energía.
- b) Repita el ítem del punto anterior para el primer estado excitado cuando las partículas se encuentran en el estado singlete de spin y en el caso en que se encuentren en el estado triplete de spin.
- c) Suponga ahora que las partículas interactúan entre sí a través de la interacción: $V(x_1, x_2) = \lambda(x_1 - x_2)^2$. Calcule la corrección en primer orden de la teoría de perturbaciones a la energía del estado fundamental y del primer estado excitado, tanto para el caso singlete como para el triplete.