Ahora sólo debemos calcular:

$$\langle 20, 1/2, 1/2 | Z | 21, 1/2, 1/2 \rangle = \mathcal{C} \underbrace{\langle 1/2\ 1/2 | 1\ 1/2, 0\ 1/2 \rangle}_{-\sqrt{1/3}}$$

y

$$\langle 20, 1/2, -1/2 | Z | 21, 1/2, -1/2 \rangle = \mathcal{C} \underbrace{\langle 1/2\ -1/2 | 1\ -1/2, 0\ -1/2 \rangle}_{+\sqrt{\frac{1}{3}}}$$

$\therefore$ Si calculamos

$$\langle 20, 1/2\ 1/2 | Z | 21, 1/2\ 1/2 \rangle = c$$

por Wigner Eckart:

$$\langle 20, 1/2\ -1/2 | Z | 21, 1/2, -1/2 \rangle = -c$$

Cálculo de: $\langle 20, 1/2\ 1/2 | Z | 21, 1/2\ 1/2 \rangle$

Necesitaremos:

parte espacial parte de spin

$$|20, 1/2\ 1/2\rangle = |200\rangle \otimes |+\rangle$$

$n\ \ \ell\ \ m_\ell$

$\ell\ m_\ell$: orbital

Usando la tabla de CG:

$$|21, 1/2\ 1/2\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\, |211\rangle \otimes |-\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}\, |210\rangle \otimes |+\rangle$$

donde se acopló $\ell = 1$ con $s = 1/2$
para dar $j = 1/2$ $m_j = 1/2$

$$\Rightarrow c = -\sqrt{\frac{1}{3}} \langle 200 | Z | 210 \rangle \underbrace{\langle + | + \rangle}_{1}$$

Sólo debemos calcular

$$\langle 200|Z|210\rangle$$

recordemos que: $\langle \vec{r}|n\ell m\rangle = R_{n\ell}(r)\,Y_\ell^m(\theta,\phi)$

y usando la tabla: $Z = r\cos\theta = r\sqrt{\frac{4\pi}{3}}\,Y_1^0(\theta,\phi)$

$$Y_0^0(\theta,\phi) = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{4\pi}}}$$

$$\langle 200|Z|210\rangle = \int d\Omega \int r^2 dr\, R_{20}(r)\,Y_0^0(\theta,\phi)\,r\sqrt{\frac{4\pi}{3}}\,Y_1^0(\theta,\phi) \times R_{21}(r)\,Y_1^0(\theta,\phi)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{3}}\int r^2 dr\, R_{20}(r)\,r\,R_{21}(r) \times \underbrace{\int d\Omega\, \underbrace{Y_1^{0*}(\theta,\phi)}_{\text{real}}\,Y_1^0(\theta,\phi)}_{=1}$$

ortonormalidad de Y_ℓ^m

$$\therefore \langle 200|Z|210\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\,\underbrace{\langle 20|r|21\rangle}_{\text{Elemento de matriz radial.}}$$

$$= 3\sqrt{3}\,a_0$$

radio de Bohr

$$\therefore \quad C = -\sqrt{3}\,a_0$$

Finalmente la matriz del V en el subespacio de degeneración queda:

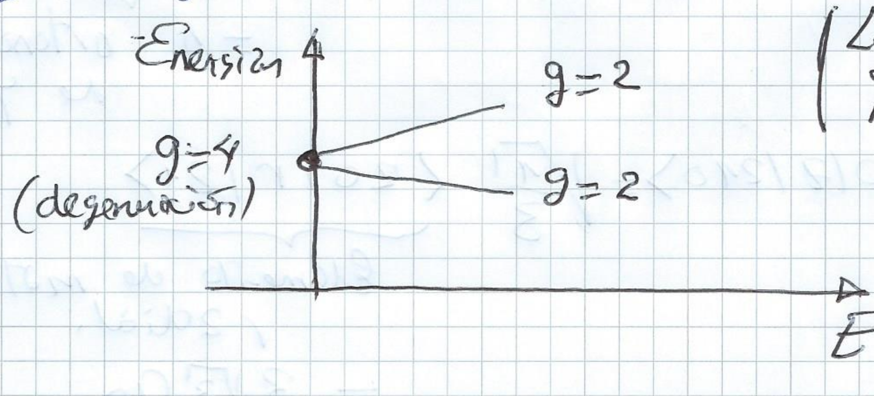
$$
\begin{array}{cccc}
|2S_{1/2}, 1/2\rangle & |2P_{1/2}, 1/2\rangle & |2S_{1/2}, -1/2\rangle & |2P_{1/2}, -1/2\rangle
\end{array}
$$

$$
V = \sqrt{3}\, e E a_0 \left(\begin{array}{cc|cc}
0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & -1 & 0
\end{array}\right)
$$

Da diagonal por bloques y estos bloques proporcional a σ_x.

Estados de orden cero	Energías a primer orden.
$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\|20, 1/2\, 1/2\rangle \pm \|21, 1/2\, 1/2\rangle\right)$	$\mathcal{E}_2^{fs} \pm \sqrt{3}\, e E a_0.$
$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\|20, 1/2\, -1/2\rangle \pm \|21, 1/2\, -1/2\rangle\right)$	$\mathcal{E}_2^{fs} \mp \sqrt{3}\, e E a_0.$

La degeneración no se rompe totalmente



(Los estados de orden cero no están definidos)