"We have presented, in the foregoing pages, a generalization of quantum mechanics applicable to a system whose classical analogue is described by a principle of least action" - R. Feynman, en las conclusiones de su tesis doctoral (1942).

---

111 Verificar que el propagador causal

$$K(q_f, t_f|q_i, t_i) \equiv \langle q_f, t_f|q_i, t_i\rangle\, \theta(t_f.t_i)\,,$$

es una función de Green del operador de Schrödinger $[i\hbar\partial_t - H\,(q, -i\hbar\partial_q, t)]$.

112 Considere un Lagrangiano de la forma $L = \frac{1}{2}f(q)\dot{q}^2 - V(q)$. Muestre que

$$\langle q_f,\, t_f|q_i,\, t_i\rangle \neq \int \mathcal{D}q\, e^{i\int_{t_i}^{t_f} dt\, L}\,.$$

Encuentre la expresión correcta.

113 Considere un Lagrangiano de la forma

$$L = a(t)\dot{x}^2 + b(t)x\dot{x} + c(t)x^2 + d(t)\dot{x} + e(t)x + f(t)\,.$$

Definiendo el propagador

$$K(b, a) = \langle q_b,\, t_b|q_a,\, t_a\rangle\theta(t_b - t_a)\,,$$

demuestre que

$$K(b, a) = e^{\frac{i}{\hbar}S_{\text{cl.}}[b,a]}F(t_b - t_a)\,,$$

donde $S_{\text{cl.}}[b, a]$ es la acción evaluada en la trayectoria clásica .

114 Evaluar la función F del problema anterior para el caso de un oscilador armónico forzado.

115 Verificar que, si $T' > T$,

$$\langle Q'\, T'|\mathbf{T}\,(\hat{q}(t_1)\hat{q}(t_2))\,|Q\, T\rangle = \int \mathcal{D}q\, \mathcal{D}p\, q(t_1)q(t_2)e^{i\int_T^{T'} dt\,(p\dot{q}-H)}\,,$$

donde $\mathbf{T}(...)$ denota el producto temporalmente ordenado.

116 Considere una partícula de masa m sometida a un potencial V que se mueve en una dimensión. La coordenada (cartesiana) de la partícula es x. ¿Cómo será la representación funcional para el propagador $K(b, a)$ si se utiliza una coordenada generalizada $q = q(x)$?

117 * Considere una partícula que puede moverse libremente sobre un anillo. Calcule el propagador $K(b, a)$ utilizando el formalismo de Schrödinger. Realice también el cálculo usando integrales funcionales. *Ayuda: Considere trayectorias que van desde la posición inicial a la final dando un número arbitrario de vueltas).*

118 * Repita el problema anterior para una partícula que puede moverse libremente dentro de una caja unidimensional de ancho L (ver por ejemplo: M. Goodman, An. J. Phys. **49**, 843 (1981)).

119 Hallar la función de partición del oscilador armónico. Verificar que el valor de la energía cuando la temperatura tiende a cero es $\hbar\omega/2$.