

Física Teórica 2 - Guía 1: Dimensión 2

Federico Petrovich

30 de marzo de 2021

Problema 12

En cuanto al ítem a, para que el estado este normalizado hay que pedir que $\langle \psi | \psi \rangle = 1$ lo cual implica

$$|c|^2 (|3|^2 + |4i|^2) = |c|^2 25 = 1. \quad (1)$$

Esto implica $|c| = \frac{1}{5}$ y por lo tanto no se pierde generalidad al elegir directamente $c = \frac{1}{5}$.

En cuanto al ítem b, la probabilidad de que un fotón pase por un polarizador en y está dada por

$$P(|y\rangle | |\psi\rangle) = |\langle y | \psi \rangle|^2 = \frac{16}{25}, \quad (2)$$

que es la fracción de fotones que pasará.

En el ítem c, la fracción de fotones que pasará por un polarizador en x' es

$$P(|x'\rangle | |\psi\rangle) = |\langle x' | \psi \rangle|^2 = \frac{1}{25} |3 \cos \theta + 4i \sin \theta|^2 = \frac{1}{25} (9 \cos^2 \theta + 16 \sin^2 \theta). \quad (3)$$

En cuanto al d, en analogía con lo que ocurre para spines, se puede pensar que existe un operador L_z llamado momento angular en z (donde z es la dirección de movimiento del fotón) de forma tal que

$$L_z |R\rangle = \hbar |R\rangle, \quad L_z |L\rangle = -\hbar |L\rangle. \quad (4)$$

Haciendo esto, la probabilidad de medir momento angular \hbar está dada por

$$P(\hbar) = |\langle R | \psi \rangle|^2 = \frac{1}{50} |3 - 4i|^2 = \frac{49}{50} \quad (5)$$

mientras que la probabilidad de medir $-\hbar$ es

$$P(-\hbar) = |\langle L | \psi \rangle|^2 = \frac{1}{50} |3 + 4i|^2 = \frac{1}{50}. \quad (6)$$

Por lo tanto, al hacer pasar una suficiente cantidad N de fotones por una superficie, algunos van a pasar con momento angular \hbar , otros con momento angular $-\hbar$, pero en promedio, cada uno va a aportar un momento angular dado por

$$\langle L_z \rangle = \hbar P(\hbar) - \hbar P(-\hbar) = \frac{49}{50} \hbar - \frac{1}{50} \hbar = \frac{24}{25} \hbar. \quad (7)$$

Luego, el momento angular total que se le va a inyectar a la superficie es de $L_z = N \langle L_z \rangle$. Si los N fotones tardan un tiempo Δt en impactar sobre la superficie, se define la intensidad como $I = \frac{N}{\Delta t}$ y por lo tanto el torque que recibe la superficie viene dado por $\tau = \frac{L_z}{\Delta t} = I \langle L_z \rangle = \frac{24}{25} I \hbar$.

Finalmente, con respecto al ítem e, si se envía un solo fotón y este es absorbido por la superficie, este le va a inyectar un momento angular de \hbar con una probabilidad de $\frac{49}{50}$ o de $-\hbar$ con una probabilidad de $\frac{1}{50}$.