

Física Teórica 2

Primer Cuatrimestre 2021

Guía 1: Ejercicios a entregar

Fecha límite entrega por Campus: Sábado 03/04, 17:00

Fecha límite evaluación entre alumnos por Campus: Martes 06/04, 17:00

P1 **Polarización de fotones.** Ejercicio 11 de la Guía 1.

P2 **Esfera de Bloch.** Considere el vector de norma 1 más general posible de un espacio vectorial complejo de dimensión 2.

(a) Muestre que, a menos de una fase global, el estado se puede escribir como

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle, \quad \theta \in [0, \pi], \phi \in [0, 2\pi],$$

donde $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ es una base ortonormal.

Considere una esfera de radio 1 en \mathbb{R}^3 .

(b) Muestre que en coordenadas esféricas, los puntos sobre la esfera se pueden parametrizar como

$$(\sin\theta \cos\phi, \sin\theta \sin\phi, \cos\theta), \quad \theta \in [0, \pi], \phi \in [0, 2\pi].$$

Concluya que hay una relación 1 a 1 entre los puntos sobre una esfera de radio 1 en \mathbb{R}^3 y los vectores complejos de dimensión 2 con norma 1 (definidos a menos de una fase global). A esta representación de los vectores complejos se la denomina representación en la esfera de Bloch.

(c) Observe que los estados que forman una base ortonormal están situados en puntos opuestos de la esfera de Bloch. Para ello verifique que la transformación $\theta \rightarrow \pi - \theta$ y $\phi \rightarrow \pi - \phi$ llevan a un estado ortogonal al del ítem (a) y está situado en el punto opuesto en la esfera de Bloch. Expresé dicho estado.

(d) **Esfera de Bloch para spin $\frac{1}{2}$.** Considere el caso de un spin $\frac{1}{2}$ y tome como base ortonormal a la base de autoestados de spin en la dirección z , $\{|+\rangle, |-\rangle\}$. Identifique sobre la esfera los autoestados de spin en las direcciones \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} . Identifique además en la esfera el autoestado general de spin en una dirección \hat{n} arbitraria. ¿Cómo puede interpretar los puntos de la esfera de Bloch para el caso de spin $\frac{1}{2}$? Puede visualizar mejor esto usando la simulación.

(e) **Esfera de Bloch para fotones.** Considere el caso de la polarización de fotones y tome como base ortonormal la base de polarización lineal $\{|H\rangle, |V\rangle\}$. Identifique sobre la esfera de Bloch los puntos correspondientes a los estados $|H\rangle, |V\rangle, |D\rangle, |A\rangle, |R\rangle, y |L\rangle$. Indique además todos los puntos correspondientes a estados con polarización lineal.