Física Teórica 2

Primer Cuatrimestre 2021

Guía 2: Ejercicios a entregar

Fecha límite entrega por Campus: Domingo 18/04, 17:00

Fecha límite evaluación entre alumnos por Campus: Martes 20/04, 17:00

P1 **Proyectores spin 1** Una partícula con spin 1 tiene un momento angular intrínseco, cuyas proyecciones pueden tomar los valores $+\hbar, 0, -\hbar$. Representaremos este sistema físico mediante un espacio de Hilbert de dimensión 3. En la base que diagonaliza S_z $\{|+\rangle, |0\rangle, |-\rangle\}$, los operadores proyección de spín 1 se escriben de la forma:

$$S_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad S_z = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} S_z |+\rangle = \hbar |+\rangle, \\ S_z |0\rangle = 0, \\ S_z |-\rangle = \hbar |-\rangle \end{cases}$$

(a) Verifique que los tres operadores S_j $(j = x, y, z)$ representan observables (es decir son operadores Hermíticos).

(b) Como conoce los autovalores de S_x, use el **P2(d)** para expresar los proyectores sobre cada autoestado de S_x correspondiente a los tres autovalores: $|+, x\rangle$ (autovalor $\hbar$), $|0, x\rangle$ (autovalor 0), $|-, x\rangle$ (autovalor $-\hbar$). Aplique estos proyectores sobre el estado $|+\rangle$ para encontrar los correspondientes autovectores. Normalice los autovectores así obtenidos.

(c) Calcule $S_y |+\rangle$, $S_y |0\rangle$ y $S_y |-\rangle$.

(d) Exprese S_x como suma de ketbras de la base.

(e) Pruebe que $\left(\frac{S_y}{\hbar}\right)^3 = \frac{S_y}{\hbar}$, y usando el ejercicio **P13(b)** (con $B = S_y/\hbar$) obtenga una expresión para el operador $\mathcal{R}(\theta, \hat{y}) = e^{-iS_y/\hbar}$. Evalúe $\mathcal{R}(\theta, \hat{y}) |+\rangle$, $\mathcal{R}(\theta, \hat{y}) |0\rangle$ y $\mathcal{R}(\theta, \hat{y}) |-\rangle$, para $\theta = \pi/2$. Compare sus resultados con los autoestados de S_x.

P2 **Representaciones de cordenadas de momento** Considere una partícula de masa m y carga q, que se mueve en una dimensión sujeta a un campo eléctrico constante $E_x = E_0$.

(a) Exprese el Hamiltoniano H del sistema en representación de coordenadas y en representación de momentos.

(b) Obtenga los autoestados del operador H en la representación de momentos, para un valor de energía E.

(c) Use lo obtenido en el ítem anterior, para hallar una expresión integral de los autoestados de H en la representación de posición.

(d) Dibuje el potencial y haga un esquema aproximado de la funciones de onda en representación de coordenada.