Física Teórica 2

Primer Cuatrimestre 2021

Guía 7: Ejercicios a entregar

Fecha límite entrega por Campus: Domingo 13/06, 17:00

Fecha límite evaluación optativa entre alumnos por Campus: Martes 15/06, 17:00

Poner una dirección de gmail en el pdf para recibir su evaluación por parte de un docente.

P1 Se tiene estados de momento angular orbital definido ℓ, y de spin 1/2. Recordando un ejercicio de la guía de Formalismo, se pueden definir los operadores de proyección $P_\pm$ sobre los subespacios con momento angular total definido $j_\pm = \ell \pm \frac{1}{2}$ $\quad (\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S})$:

$$P_+ = \frac{\hat{J}^2/\hbar^2 - j_-(j_- + 1)}{j_+(j_+ + 1) - j_-(j_- + 1)}, \qquad P_- = \frac{\hat{J}^2/\hbar^2 - j_+(j_+ + 1)}{j_-(j_- + 1) - j_+(j_+ + 1)}$$

(a) Verifique que estos operadores son proyectores sobre los subespacios de momento angular total $j_\pm = \ell \pm \frac{1}{2}$. Esto es, aplique $P_\pm$ sobre un estado $|\Psi\rangle = \alpha_+ |j_+; \ell, s = 1/2\rangle + \alpha_- |j_-; \ell, s = 1/2\rangle$ y vea que se obtiene la parte correspondiente de la función de onda.

(b) Probar que estos operadores de proyección se pueden expresar para estados de momento angular orbital definido ℓ, y de spin 1/2 como :

$$P_+ = \frac{\ell + 1 + 2\,\mathbf{L}\cdot\mathbf{S}/\hbar^2}{2\ell + 1}, \qquad P_- = \frac{\ell - 2\,\mathbf{L}\cdot\mathbf{S}/\hbar^2}{2\ell + 1}$$

(c) Dado que estos proyectores conmutan con J_z, entonces la aplicación de $P_\pm$ no cambia la proyección de J_z. Por consiguiente : $|j = \ell + 1/2, m_j = m_\ell + m_s; \ell, s = 1/2\rangle \sim P_+ |\ell, s = 1/2; m_\ell, m_s\rangle$. Obtenga de esta manera el estado: $|j = 3/2, m_j = -1/2; \ell = 1, s = 1/2\rangle \sim P_+ |\ell = 1, s = 1/2; m_\ell = -1, m_s = 1/2\rangle$.

(d) Suponga que el sistema se encuentra en un estado con $\ell = 7$, $m_\ell = 3$, y $m_s = -\frac{1}{2}$. Diga qué valores de momento angular total (j) se pueden medir, y con qué probabilidades.
Ayuda: $\mathbf{L}\cdot\mathbf{S} = L_z S_z + \frac{1}{2}(L_+ S_- + L_- S_+)$

P2 Considere un átomo de hidrógeno sujeto a un campo eléctrico de modo que la perturbación al Hamiltoniano está dada por $V = \lambda xz$.

(a) Considerando los tensores $T^{(2)}_{\pm 1} = \mp xz - iyz$. Pruebe que son tensores esféricos irreducibles usando los armónicos esféricos que considere conveniente.

(b) Evalúe todos los elementos de matriz de la perturbación para el nivel $n = 2$: $< 2l'm'|V|2lm >$ si se conoce el elemento de matriz $a =< 210|T^{(2)}_{-1}|211 >$. Recuerde que $l \le 1$ y $-1 \le m \le 1$ y lo mismo para l', m'. **Ayuda:** Use el Teorema de Wigner Eckart para relacionar los elementos de matriz no nulos.