El examen se aprueba con 6 puntos. Por favor, indicar nombre, apellido y número de LU en la primera hoja del examen.

---

1 *(3 puntos)* Una caja que en su interior contiene una partícula es dividida en dos compartimentos (izquierdo y derecho). Si se sabe que la partícula está del lado derecho (izquierdo) con certeza, el estado normalizado de la misma se representa por $|R\rangle$ ($|L\rangle$). El espacio de Hilbert relevante para la descripción de la ubicación de la partícula dentro de la caja tiene como base ortonormal al conjunto $\{|R\rangle, |L\rangle\}$. La película que divide a la caja en dos partes es tal que la partícula puede *tunelear* a través de ella y pasar de un lado a otro de la caja. Supongamos que este efecto es caracterizado por el Hamiltoniano

$$H = \Delta\left(|L\rangle\langle R| + |R\rangle\langle L|\right)$$

donde Δ es un número positivo con dimensiones de energía.

(a) Encuentre los niveles de energía del sistema y sus autoestados correspondientes.

(b) Si a $t = 0$ la partícula está del lado derecho con certeza. ¿Cuál es la probabilidad de observar a la partícula en el lado izquierdo como función del tiempo?

(c) Mostrar que

$$H = \Delta\,|L\rangle\langle R|\ ,$$

no es un Hamiltoniano admisible. Para ello, resuelva el problema de evolución temporal más general con este Hamiltoniano y muestre que se viola la conservación de la probabilidad. ¿Qué propiedad/es no satisface este H y por qué esto implica la no conservación de la probabilidad?

2 *(2.5 puntos)* Considere un oscilador armónico cargado (carga $q > 0$) unidimensional que se perturba por la presencia de un campo eléctrico constante y uniforme, de modo que el Hamiltoniano está dado por

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m}{2}\omega^2 x^2 - qEx.$$

(a) Mostrar que el estado fundamental de este sistema es un estado coherente del oscilador armónico sin perturbar (es decir, del mismo sistema pero con $E = 0$).

(b) Calcular Δx y Δp en el estado fundamental del sistema perturbado y probar explícitamente que se cumple la relación de incerteza para la posición-momento.

3 *(2.5 puntos)* El estado de cierto electrón (ignorando su espín) se encuentra descripto a $t = 0$ por

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\left(e^{i\varphi}\mathrm{sen}\theta + \cos\theta\right) g(r)\,,$$

con $\int_0^{+\infty} |g(r)|^2\, r^2 = 1$ (r, φ y θ son las coordenadas esféricas usuales).

(a) ¿Qué valores se pueden obtener al medir L^2 a $t = 0$ y con qué probabilidad?

(b) ¿Qué valores se pueden obtener al medir L_z a $t = 0$ y con qué probabilidad?

(c) Calcular el valor de expectación de L_z a $t = 0$.

(d) Suponer que a $t = 0$ se mide L_z y se obtiene el mayor valor posible. ¿Cuál es el valor de expectación de L_y inmediatamente después?

$\boxed{4}$ *(2 puntos)* Decidir si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justificar.

(a) Sea $\mathcal{H}$ el espacio de Hilbert de cierto sistema. No existe un operador unitario U actuando sobre $\mathcal{H} \otimes \mathcal{H}$ tal que resulte

$$U\left(|\phi\rangle \otimes |\psi\rangle\right) = |\phi\rangle \otimes |\phi\rangle\,,$$

para todos los $|\phi\rangle$ y $|\psi\rangle$ de $\mathcal{H}$.

(b) La degeneración del nivel con energía $E = 5\hbar\omega/2$ de un oscilador armónico tridimensional isotrópico de frecuencia ω es 2.

(c) Existe una base $\mathcal{B}$, para la cual las matrices que representan a los operadores de momento angular J_x y J_y cuando $j = 3/2$ se escriben como

$$[J_x]_{\mathcal{B}} = \hbar \begin{pmatrix} 3/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3/2 \end{pmatrix}\,, \quad [J_y]_{\mathcal{B}} = \hbar \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3/2 \end{pmatrix} \quad .$$