

102 ¿Verdadero o falso?

- (a) Los estados vibracionales de cierta molécula diatómica dipolar pueden ser descritos adecuadamente por un potencial armónico unidimensional de frecuencia ω . Si se enciende un campo eléctrico constante pequeño E_0 , la energía del estado fundamental aumentará en forma cuadrática con E_0 .

Este ejercicio es el análogo al efecto Stark visto en el Problema 94 pero para el oscilador armónico. En este caso, la corrección a primer orden a la energía se anula porque, como el potencial es $\hat{V} = -qE_0\hat{x}$, resulta

$$\langle 0 | \hat{V} | 0 \rangle \propto \langle 0 | \hat{a} | 0 \rangle + \langle 0 | \hat{a}^\dagger | 0 \rangle = 0.$$

La siguiente corrección (segundo orden) está dada por

$$\sum_{p \geq 1} \frac{|\langle p | -qE_0\hat{x} | 0 \rangle|^2}{\frac{\hbar\omega}{2} - \frac{3\hbar\omega}{2}} = -\frac{q^2 E_0^2}{2m\omega^2},$$

y es negativa, por lo que la energía *disminuye* de forma cuadrática con E_0 . El enunciado es entonces **FALSO**.

- (b) El término de interacción de Darwin W_D remueve la degeneración del nivel $2p$ del átomo de Hidrógeno H_0 .

La presencia de la delta de Dirac en W_D nos dará elementos de matriz de W_D proporcionales al módulo cuadrado de autofunciones de H_0 evaluadas en $r = 0$. Dichas autofunciones se anulan para $r = 0$ si $l \neq 0$, como es el caso del presente subespacio en que $l = 1$. Por lo tanto, la matriz de W_D en el subespacio $2p$ será nula y esta perturbación no podrá remover de la degeneración del nivel a primer orden en teoría de perturbaciones. El enunciado es entonces **FALSO**.

- (c) Un oscilador armónico unidimensional se encuentra en el estado fundamental para $t < 0$. A tiempos positivos se lo somete a una fuerza perturbativa $F(t) = F_0 e^{-t/\tau}$ en la dirección x . Después de un tiempo, será posible encontrar al sistema en el segundo estado excitado del oscilador armónico no perturbado.

Se entiende que estamos trabajando a primer orden en teoría de perturbaciones. Para que sea posible encontrar al sistema en el segundo estado excitado del oscilador armónico no perturbado a $t > 0$ debe ser $\langle 2 | \psi(t) \rangle \neq 0$ a primer orden, lo cual ocurre si y sólo si resulta $c_2^{(1)}(t) \neq 0$ ya que $|\psi(t)\rangle = \sum_i c_i(t) |i\rangle$. Tenemos

$$c_2^{(1)}(t) = -\frac{i}{\hbar} \sum_k \int_0^t \langle 2 | \hat{V} | k \rangle c_k(0) e^{-\frac{i}{\hbar}(E_k - E_2)t'} dt'.$$

Como $|\psi(0)\rangle = |0\rangle$, resulta $c_k(0) = \delta_{k0}$. Luego

$$c_2^{(1)}(t) = -\frac{i}{\hbar} \int_0^t \langle 2 | \hat{V} | 0 \rangle e^{-\frac{i}{\hbar}(E_2 - E_0)t'} dt'.$$

El potencial clásico que da la fuerza $F(t) = F_0 e^{-t/\tau}$ en la dirección x es $V = -F_0 e^{-t/\tau} x$. El operador potencial es entonces $\hat{V} = -F_0 e^{-t/\tau} \hat{x} = C e^{-t/\tau} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$, donde C es una constante. Por lo tanto,

$$\langle 2 | \hat{V} | 0 \rangle = C e^{-t/\tau} (\langle 2 | \hat{a} | 0 \rangle + \langle 2 | \hat{a}^\dagger | 0 \rangle) = 0,$$

con lo que resulta $c_2^{(1)}(t) = 0$ y el enunciado es entonces **FALSO**.