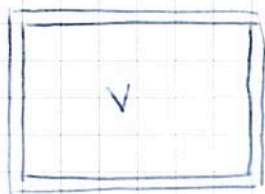


Repaso de Física 4

Algunos hitos de la física cuántica:

- 1901 Teoría de Planck de radiación de cuerpo negro
- 1913 Modelo átomo de Bohr - Espectro del hidrógeno
- 1905 Teoría de Einstein del efecto fotoeléctrico
- 1923 Efecto Compton
- 1911 Modelo atómico de Rutherford
- 1923 Postulado de de Broglie
- 1925 Teorías de Heisenberg y Schrödinger de la mecánica cuántica.

Cuerpo negro

Número de frecuencias permitidas en el intervalo de frecuencias  $(\nu, \nu + d\nu)$ :

$$\frac{N(\nu) d\nu}{V} = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 d\nu$$

Cada frecuencia  $\nu$  corresponde a un modo del campo EM y es un oscilador.

Clásicamente (dist. de Boltzmann): energía media:  $kT$  del oscilador

Densidad de energía en cavidad:

$$\rho(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT d\nu \rightarrow \text{Rayleigh y Jeans}$$

$\rightarrow$  catástrofe UV.

Planck:  $[h] = ET = [\text{acción}]$

NUEVA CONSTANTE FUND.

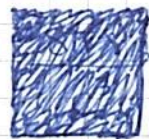
Posibles energías de un oscilador:  $\epsilon = nh\nu$   $n=0,1,2,\dots$

$$\Rightarrow \langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{y} \quad \rho(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \langle E \rangle d\nu \quad \checkmark$$

Lo podemos presentar así:

$$\rho(\nu) d\nu = \underbrace{\langle E \rangle(\nu)}_{\text{clásico}} N(\nu) d\nu$$

→  $kT$  : clásico - equipartición de la energía

→   $\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$  : cuántico - Planck

## Efecto fotoeléctrico

Einstein: paquetes de energía EM de valor  $h\nu$ .

Se transfiere toda la energía  $h\nu$  al  $e^-$  arrancado.

## Atomo de Bohr (1913)

Postulados semiclásicos →  $E_n = -\frac{R_y}{n^2}$        $R_y = 13.6 \text{ eV}$

Permitió "explicar" las fórmulas empíricas de espectros como la serie de Balmer: Lyman:

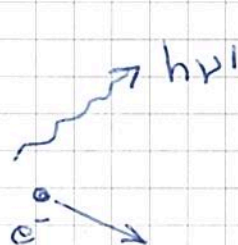
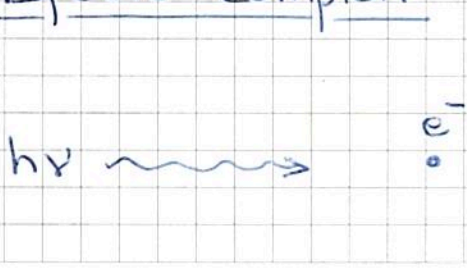
$$R = R_y \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

↑  
 $m=2$

$$R = R_y \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

↑  
 $m=1$

## Efecto Compton



Scattering de un fotón por un electrón.



## Ondas piloto de de Broglie (1923)

Partícula con momento  $\vec{p} \rightarrow$  onda con  $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$

También las ondas piloto se pueden superponer para expresar estados con  $\vec{k}$  ( $\vec{p}$ ) no bien definido

$$\psi(x) \sim e^{i 2\pi(kx - \nu(k)t)} \quad \nu(k) = \sqrt{c^2 k^2 + \nu_0^2}$$

## Ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo (ESDT)

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \underbrace{\left[ \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right]}_H \psi(\vec{r})$$

$$P(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2 : \text{densidad de probabilidad}$$

Hablamos de la corriente de probabilidad:

$$J(x, t) = \frac{i\hbar}{2m} \left[ \psi(x, t) \frac{\partial \psi^*}{\partial x} - \psi^*(x, t) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right]$$

## Ec. de Schrödinger independiente del tiempo

$$\Psi(x, t) = \psi(x) f(t) \Rightarrow$$

$$f(t) = e^{-iEt/\hbar}$$

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V(x) \psi(x) = E \psi(x) \quad \text{ESIT}$$

$\downarrow$   
 $\rightarrow$  autofunciones  
 $\rightarrow$  autoenergías

La solución de la ESDT en general:

$$\Psi(x,t) = \sum_n c_n \underbrace{\Psi_n(x)}_{\text{ESTADOS ESTACIONARIOS}} e^{-iE_n t/\hbar}$$

$$\Psi_n(x,t) = \Psi_n(x) e^{-iE_n t/\hbar}$$

Tienen dependencia temporal irrelevante (una fase):

$$|\Psi(x,t)|^2 = |\Psi_n(x)|^2 |e^{-iE_n t/\hbar}|^2 = |\Psi_n(x)|^2$$

Y el valor de expectación de operadores  $\hat{Q}(\hat{x}, \hat{p})$  también es estacionario en  $\Psi_n(x,t)$ :

$$\begin{aligned} \langle Q(x,p) \rangle &= \int dx \Psi_n^*(x,t) Q(x,p) \Psi_n(x,t) \\ &= \int dx \Psi_n^*(x) e^{iE_n t/\hbar} Q(x,p) \Psi_n(x) e^{-iE_n t/\hbar} \end{aligned}$$

En particular:

$\langle H \rangle = E_n$  Energía bien definida en los ~~autoestados~~ ~~del Hamiltoniano~~ estados estacionarios

### Ejemplos de problemas unidimensionales

1) Pozo infinito

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2$$

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)$$



2) Pozo finito



Oscilador armónico

$$H \psi(x) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \right) \psi(x) = E \psi(x)$$

Métodos de resolución  $\begin{cases} \nearrow \text{Analítico} \\ \searrow \text{Ladder operators} \end{cases}$

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$$

$$\psi_n(\xi) = \left( \frac{m\omega}{\pi \hbar} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n(\xi) e^{-\xi^2/2}$$

$$\xi \equiv \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x$$

Sistemas Tridimensionales: átomo de hidrógeno

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = \hat{H} \Psi(\vec{r}, t)$$

$$\text{con } \hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\vec{r})$$

$$= \frac{(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)}{2m} + V(\vec{r})$$

$$p_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$$

$$p_y = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial y}$$

$$p_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial z}$$

Separación de Potencial central

$$V(\vec{r}) = V(r)$$

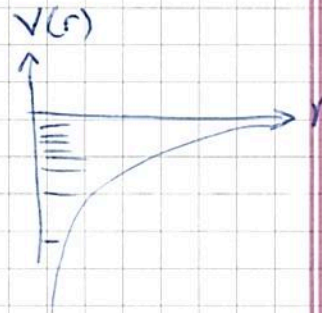
Separación de variables:  $\Psi(r, \theta, \phi) = R(r) Y(\theta, \phi)$

$$Y(\theta, \phi) \rightarrow Y_l^m(\theta, \phi) \sim e^{im\phi} P_l^m(\cos\theta)$$

## Atomo de hidrógeno

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

Autoenergías:  $E_n = -\frac{Ry}{n^2}$



$$\Psi_{nlm}(r, \theta, \phi) \sim e^{-r/na} \left(\frac{2r}{na}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na}\right) Y_l^m(\theta, \phi)$$