

## Física Teórica 2

Primer Cuatrimestre 2022

## Guía 2: Ejercicios a entregar

Fecha límite entrega por Campus: Sábado 16/04, 17:00

Fecha límite evaluación entre alumnos por Campus: Lunes 18/04, 17:00

**P1** **Proyectores spin 1** Una partícula con spin 1 tiene un momento angular intrínseco, cuyas proyecciones pueden tomar los valores  $+\hbar, 0, -\hbar$ . Representaremos este sistema físico mediante un espacio de Hilbert de dimensión 3. En la base que diagonaliza  $S_z$   $\{|+\rangle, |0\rangle, |-\rangle\}$ , los operadores proyección de spin 1 se escriben de la forma:

$$S_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad S_z = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} S_z |+\rangle = \hbar |+\rangle, \\ S_z |0\rangle = 0, \\ S_z |-\rangle = -\hbar |-\rangle \end{cases}$$

- Verifique que los tres operadores  $S_j$  ( $j = x, y, z$ ) representan observables (es decir son operadores Hermíticos).
- Como conoce los autovalores de  $S_x$ , use el **P2(d)** para expresar los proyectores sobre cada autoestado de  $S_x$  correspondiente a los tres autovalores:  $|+, x\rangle$  (autovalor  $\hbar$ ),  $|0, x\rangle$  (autovalor 0),  $|-, x\rangle$  (autovalor  $-\hbar$ ). Aplique estos proyectores sobre el estado  $|+\rangle$  para encontrar los correspondientes autovectores. Normalice los autovectores así obtenidos.
- Calcule  $S_y |+\rangle$ ,  $S_y |0\rangle$  y  $S_y |-\rangle$ .
- Expresa  $S_x$  como suma de ketbras de la base.
- Pruebe que  $\left(\frac{S_y}{\hbar}\right)^3 = \frac{S_y}{\hbar}$ , y usando el ejercicio **P13(b)** (con  $B = S_y/\hbar$ ) obtenga una expresión para el operador  $\mathcal{R}(\theta, \hat{y}) = e^{-i\theta S_y/\hbar}$ . Evalúe  $\mathcal{R}(\theta, \hat{y}) |+\rangle$ ,  $\mathcal{R}(\theta, \hat{y}) |0\rangle$  y  $\mathcal{R}(\theta, \hat{y}) |-\rangle$ , para  $\theta = \pi/2$ . Compare sus resultados con los autoestados de  $S_x$ .

**P2** **Representaciones de coordenadas de momento** Considere una partícula de masa  $m$  y carga  $q$ , que se mueve en una dimensión sujeta a un campo eléctrico constante  $E_x = E_0$ .

- Expresa el Hamiltoniano  $H$  del sistema en representación de coordenadas y en representación de momentos.
- Obtenga los autoestados del operador  $H$  en la representación de momentos, para un valor de energía  $E$ .
- Use lo obtenido en el ítem anterior, para hallar una expresión integral de los autoestados de  $H$  en la representación de posición.
- Dibuje el potencial y haga un esquema aproximado de la función de onda en representación de coordenada. **Ayuda:** i) Considere el potencial como secuencia de valores constantes (escalera), en cada tramo la solución es del tipo  $\{\sin(k_i x), \cos(k_i x)\}$ , ¿cómo varía  $k_i$  con la posición para una dada energía? ¿qué pasa con las oscilaciones de la función de onda?, ii) clásicamente la probabilidad de estar en un segmento es mas chica si la velocidad de la partícula en ese segmento es mayor, ¿que podría decir esto con respecto a las amplitudes de la función de onda? iii) en el sector clásicamente prohibido la función de onda debería decaer a cero rápidamente. Su dibujo debería ser parecido al de la función de Airy,  $\text{Ai}(x)$  (ver Wikipedia).