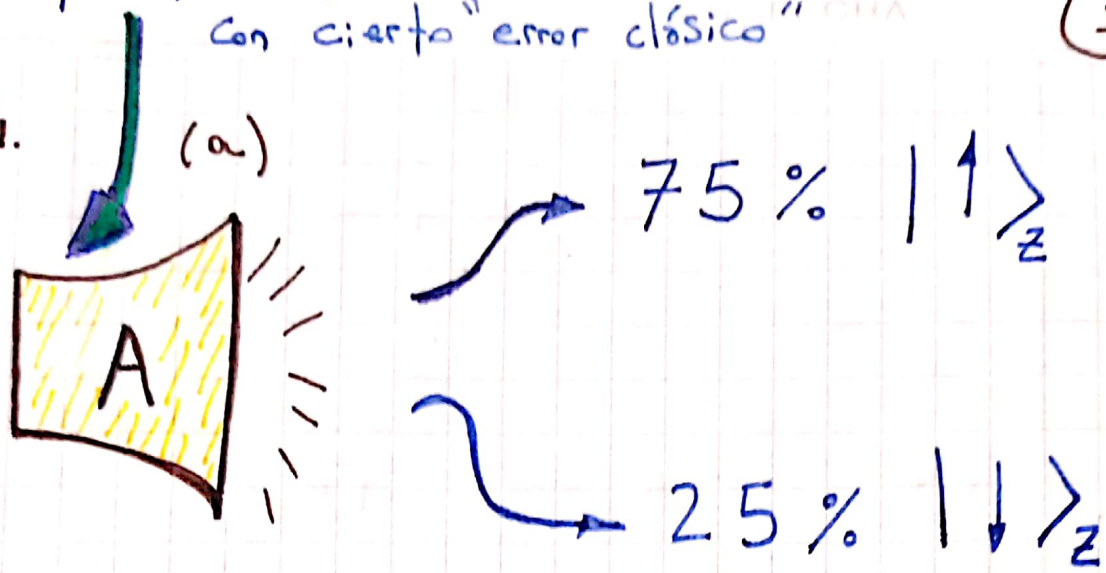
Maquina que prepara estados cuánticos con cierto "error clásico"

1

4. (a)



∴ la Maquina A produce un ensamble estadístico descripto por la matriz densidad

$$\hat{\rho} = \frac{3}{4}|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + \frac{1}{4}|\downarrow\rangle\langle\downarrow|$$

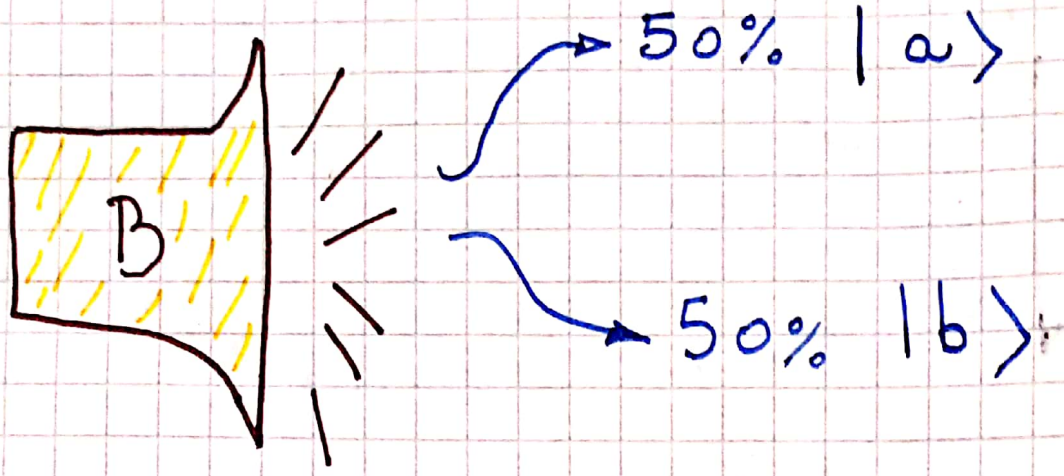
En forma matricial si tomamos la base de autoestados de $\hat{S}_z$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \equiv |\uparrow\rangle , \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \equiv |\downarrow\rangle \right\}$

$$\rho = \begin{pmatrix} 3/4 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{pmatrix}$$

notar que $\mathrm{Tr}(\rho^2) = 5/8 < 1$

$\Rightarrow$ No es un estado puro

(b) Ahora tenemos "otra" maquina



donde $|a\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|\uparrow\rangle + \frac{1}{2}|\downarrow\rangle$

y $|b\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|\uparrow\rangle + \frac{1}{2}|\downarrow\rangle$

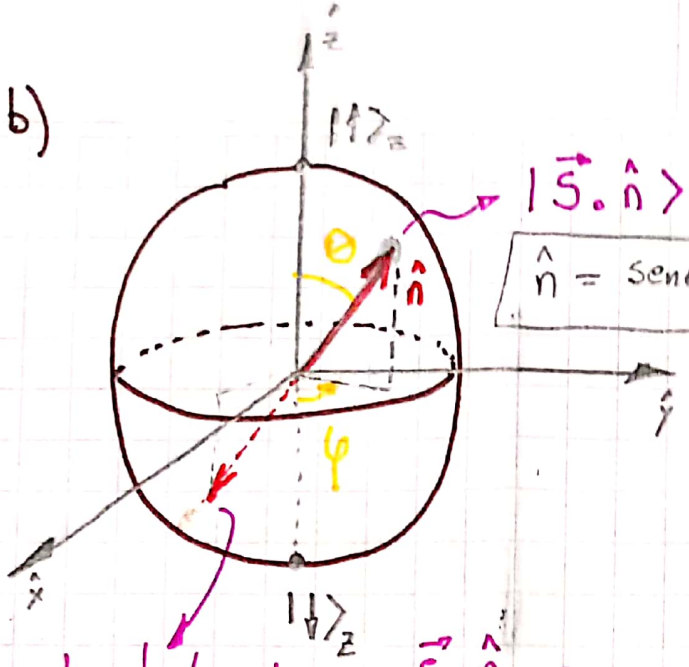
el ensamble esta descripto por:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2}|a\rangle\langle a| + \frac{1}{2}|b\rangle\langle b|$$

- ¿Cómo Interpretamos físicamente estos estados?

↳ recordemos como escribir autoestados de $\vec{S}\cdot\hat{n}$ para cualquier $\hat{n}$ en la "esfera de Bloch"

b)



$|\vec{S}\cdot\hat{n}\rangle$: autoestado de $\vec{S}\cdot\hat{n}$ con autoval $+\hbar/2$

$$\boxed{\hat{n} = \operatorname{sen}\theta\cos\varphi\,\hat{x} + \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\varphi\,\hat{y} + \cos\theta\,\hat{z}}$$

autoestado de $\vec{S}\cdot\hat{n}$ con autoval. $-\hbar/2$

$$|a\rangle \equiv \frac{\sqrt{3}}{2}|\uparrow\rangle + \frac{1}{2}|\downarrow\rangle = \cos\frac{\theta_a}{2}|\uparrow\rangle + e^{i\varphi}\operatorname{sen}\frac{\theta_a}{2}|\downarrow\rangle$$

$$\begin{cases} \sqrt{3}/2 = \cos(\theta_a/2) \iff \boxed{\theta_a = \pi/3} \\ 1/2 = e^{i\varphi}\operatorname{sen}(\theta_a/2) \iff \theta_a = \pi/3 \wedge \boxed{\varphi = 0} \end{cases}$$

$$|b\rangle \equiv \sqrt{3}/2\,|\uparrow\rangle - \frac{1}{2}|\downarrow\rangle = \cos\frac{\theta_b}{2}|\uparrow\rangle + e^{i\varphi_b}\operatorname{sen}\frac{\theta_b}{2}|\downarrow\rangle$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \boxed{\theta_b = \pi/3} \\ \boxed{\varphi_b = \pi} \quad \text{tq } e^{i\varphi_b} = e^{i\pi} = -1 \end{array}\right]$$

$$\hat{n}_a = \operatorname{sen}\pi/3\,\hat{x} + \cos\pi/3\,\hat{z} = 1/2\,\hat{x} + 1/2\,\hat{z}$$

$$\hat{n}_b = -\operatorname{sen}\pi/3\,\hat{x} + \cos\pi/3\,\hat{z} = -1/2\,\hat{x} + 1/2\,\hat{z}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |a\rangle = |\vec{S}\cdot\hat{n}_a = +\hbar/2\rangle \\ |b\rangle = |\vec{S}\cdot\hat{n}_b = +\hbar/2\rangle \end{cases}$$

con $\hat{n}_a = \frac{1}{2}\hat{x} + \frac{1}{2}\hat{z}$ | $\hat{n}_b = -1/2\,\hat{x} + 1/2\,\hat{z}$

$$\vec{S}\cdot\hat{n}_a = \frac{\hat{S}_x + \hat{S}_z}{2} \qquad \vec{S}\cdot\vec{n}_b = \frac{-\hat{S}_x + \hat{S}_z}{2}$$

- ¿la Maquina A es distinguible de la Maq. B?

ie ¿ $\rho_A \neq \rho_B$?

HOJA

FECHA

3

c) $$\rho = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}|\uparrow\rangle_z + \frac{1}{2}|\downarrow\rangle_z\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}{}_z\langle\uparrow| + \frac{1}{2}{}_z\langle\downarrow|\right) + \cdots$$

$$\cdots + \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}|\uparrow\rangle_z - \frac{1}{2}|\downarrow\rangle_z\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}{}_z\langle\uparrow| - \frac{1}{2}{}_z\langle\downarrow|\right)$$

$$\rho = \frac{1}{2}\left[\frac{3}{4}|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + \frac{1}{4}|\downarrow\rangle\langle\downarrow| + \cancel{\frac{\sqrt{3}}{4}|\uparrow\rangle\langle\downarrow|} + \cancel{\frac{\sqrt{3}}{4}|\downarrow\rangle\langle\uparrow|}\right]$$

$$\cdots + \frac{1}{2}\left[\frac{3}{4}|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + \frac{1}{4}|\downarrow\rangle\langle\downarrow| - \cancel{\frac{\sqrt{3}}{4}|\uparrow\rangle\langle\downarrow|} - \cancel{\frac{\sqrt{3}}{4}|\uparrow\rangle\langle\downarrow|}\right]$$

$$\rho = \frac{3}{4}|\uparrow\rangle_z{}_z\langle\uparrow| + \frac{1}{4}|\downarrow\rangle_z{}_z\langle\downarrow| \quad !$$

$\therefore$ los ensambles A y B están descriptos por la misma matriz densidad $\Rightarrow$ $\hat{\rho}$ <u>No</u> determina univocamente una mezcla de estados puros.

NOTA