Ferro, Maximiliano 12/05/2022

P13 "luz coherente" (por ej.: emitida por un LASER): está bien descripta por un estado coherente del O.A: $|\alpha\rangle$

"luz Incoherente" (por ej.: emitida por una fuente natural como el Sol.) está descripta por una mezcla estadística de estados coherentes

Consideramos por simplicidad el estado de un único modo (ie tenemos definidas la frecuencia, la dirección y polarización)

Recordemos que:
cuantizar campo EM es "insertar" en c/ punto del espacio 1 O.A por c/ dir espacial y por c/ polarización
↳ un modo del E.M (libre) es una onda plana: $\sim e^{i(kx-\omega t)}$

eq. $\omega = c.k$ por rel. de dispersión
o núm. de onda o long. de onda o energía
donde $k \equiv \left(\lambda/2\pi\right)^{-1} \equiv \frac{2\pi}{\lambda}$

$\Rightarrow$ la única "etiqueta" libre para un dado modo es la amplitud... y la fase relativa ! (si no es coherente)

del **P4** item (h): $\boxed{|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle}$

$\{|n\rangle\}_{0,\dots,\infty}$: base "número"

$|\alpha\rangle$: estado de luz coherente
donde $\alpha \in \mathbb{C}$: amplitud.

En "luz Incoherente" tenemos "trenes de onda" (paquetes de onda coherentes) que a $\neq$ tiempos tienen:

[Amplitud (IR) $|\alpha_i| \approx |\alpha|$ cte. $\forall t$
pero Arg (α_i): varía aleatoriamente] !

$\Rightarrow$ mezcla estadística de estados coherentes con fases diferentes:

$$\rho_{\substack{\text{luz}\\ \text{incoherente}}} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\phi \, \Big| |\alpha| e^{i\phi}\Big\rangle\Big\langle |\alpha| e^{i\phi}\Big|$$

(a)

"factor de normalización":

la fase se mueve entre $0 \leq \phi \leq 2\pi$

$$\Rightarrow \rho = \frac{1}{2\pi}(\ldots) \quad \text{tq} \quad Tr(\rho) = 1$$

cada estado contribuye a la integral en: $d\phi$

$$\phi_i \leq Arg(\alpha_i) \leq \phi_i + d\phi$$

$$\rho = \sum_{\alpha_i} p_i |\alpha_i\rangle\langle\alpha_i| \approx \int_0^{2\pi} p(\phi)\, d\phi \, \Big| |\alpha| e^{i\phi}\Big\rangle\Big\langle |\alpha| e^{i\phi}\Big|$$

"densidad de Prob"

$\frac{2\pi}{\Delta\phi}$: # estados $\longrightarrow \infty$

$\Delta\phi \longrightarrow d\phi$

$$\Longrightarrow \boxed{p(\phi) = \frac{1}{2\pi}} \quad \text{(son equiprobables)}$$

Notar que en el continuo la probabilidad de un valor dado es cero, lo que tiene sentido es la probabilidad de un intervalo de valores: $\phi \in (\phi_i, \phi_i + d\phi)$, esto es:

$$\left[P(\phi_i, \phi_i + d\phi) = \frac{d\phi}{2\pi}\right]$$

(b) queremos $\rho_{\text{Las incoherente}}$ en base $\{|n\rangle\}_{n=0,\dots,\infty}$

$$\rho_{L.I} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\phi \left(e^{-|\alpha|^2/2}\right)^2 \sum_{n,m} \frac{e^{in\phi}}{\sqrt{n!}} \frac{e^{im\phi}}{\sqrt{m!}} |\alpha|^n |\alpha|^m |n\rangle\langle m|$$

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{e^{in\phi}}{\sqrt{n!}} |\alpha|^n |n\rangle$$

$$\Rightarrow \rho_{L.I} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\phi \; e^{-|\alpha|^2} \sum_{n,m} \frac{e^{i(n-m)\phi}|\alpha|^{n+m}}{\sqrt{n!\,m!}} |n\rangle\langle m|$$

Pero : $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\phi \; e^{i(n-m)\phi} \equiv \delta_{nm}$: la delta en la base de fourier !

$$\Rightarrow \rho_{L.I} = e^{-|\alpha|^2} \sum_{n,m} \frac{\delta_{n,m}|\alpha|^{n+m}}{\sqrt{n!m!}} |n\rangle\langle m|$$

$$\boxed{\rho_{L.I} = e^{-|\alpha|^2} \sum_n \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} |n\rangle\langle n|}$$

c)

$$\hookrightarrow \sum_n \frac{e^{-|\alpha|^2}|\alpha|^{2n}}{n!} |n\rangle\langle n|$$

$$= \sum_n p(n) \, |n\rangle\langle n|$$

$$\therefore \; p(n) = \frac{e^{-|\alpha|^2}|\alpha|^{2n}}{n!}$$: "distribución de Poisson"

[¿Qué forma tiene en esta base? : diagonal !]

Sabemos que para la distr. de Poisson:

$$\left.\begin{aligned} \langle n \rangle &= |\alpha|^2 \quad : \text{"media"} \\ Var(n) &= |\alpha|^2 \quad : \text{"Varianza"} \end{aligned}\right\} \boxed{\langle n \rangle = Var(n) = |\alpha|^n}$$

Recordar:

"distr. de Poisson"

$$P(k) = \frac{e^{-\sigma}\,\sigma^k}{k!} \quad : \quad \boxed{\text{En nuestro caso } \sigma \equiv |\alpha|^2}$$

donde $\begin{cases} k: \text{"núm. de eventos"} \\ \sigma > 0 : \text{parámetro de la distribución} \end{cases}$

σ : eventos esperados x Un. de tiempo

Notar que: $\displaystyle\sum_k \frac{\sigma^k}{k!} \equiv e^{\sigma}$ (por def. de la exp.)

$$\Rightarrow \sum_k e^{-\sigma}\frac{\sigma^k}{k!} = e^{-\sigma}\sum_k \frac{\sigma^k}{k!} \equiv 1 \quad !$$

$$\therefore \; Tr(\rho) = 1$$

(Como esperabamos)