

Física Teórica 2

Primer Cuatrimestre 2022

Guía 7: Ejercicios a entregar

Fecha límite entrega por Campus: Martes 7/06, 17:00

Fecha límite evaluación optativa entre alumnos por Campus: Jueves 9/06, 22:00

Poner una dirección de gmail en el pdf para recibir su evaluación por parte de un docente.

- P1** Se tiene estados de momento angular orbital definido ℓ , y de spin $1/2$. Recordando un ejercicio de la guía de Formalismo, se pueden definir los operadores de proyección $P_{\pm}$ sobre los subespacios con momento angular total definido $j_{\pm} = \ell \pm \frac{1}{2}$ ($\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$):

$$P_+ = \frac{j^2/\hbar^2 - j_-(j_- + 1)}{j_+(j_+ + 1) - j_-(j_- + 1)}, \quad P_- = \frac{j^2/\hbar^2 - j_+(j_+ + 1)}{j_-(j_- + 1) - j_+(j_+ + 1)}$$

- (a) Verifique que estos operadores son proyectores sobre los subespacios de momento angular total $j_{\pm} = \ell \pm \frac{1}{2}$. Esto es, aplique $P_{\pm}$ sobre un estado $|\Psi\rangle = \alpha_+ |j_+; \ell, s = 1/2\rangle + \alpha_- |j_-; \ell, s = 1/2\rangle$ y vea que se obtiene la parte correspondiente de la función de onda.
- (b) Probar que estos operadores de proyección se pueden expresar para estados de momento angular orbital definido ℓ , y de spin $1/2$ como :

$$P_+ = \frac{\ell + 1 + 2 \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} / \hbar^2}{2\ell + 1}, \quad P_- = \frac{\ell - 2 \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} / \hbar^2}{2\ell + 1}$$

- (c) Dado que estos proyectores conmutan con J_z , entonces la aplicación de $P_{\pm}$ no cambia la proyección de J_z . Por consiguiente : $|j = \ell + 1/2, m_j = m_{\ell} + m_s; \ell, s = 1/2\rangle \sim P_+ |\ell, s = 1/2; m_{\ell}, m_s\rangle$. Obtenga de esta manera el estado: $|j = 3/2, m_j = -1/2; \ell = 1, s = 1/2\rangle \sim P_+ |\ell = 1, s = 1/2; m_{\ell} = -1, m_s = 1/2\rangle$.
- (d) Suponga que el sistema se encuentra en un estado con $\ell = 7$, $m_{\ell} = 3$, y $m_s = -\frac{1}{2}$. Diga qué valores de momento angular total (j) se pueden medir, y con qué probabilidades.

Ayuda: $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = L_z S_z + \frac{1}{2}(L_+ S_- + L_- S_+)$

- P2** Considere un átomo de hidrógeno sujeto a un campo eléctrico de modo que la perturbación al Hamiltoniano está dada por $V = \lambda xz$.

- (a) Considerando los tensores $T_{\pm 1}^{(2)} = \mp xz - iyz$. Pruebe que son tensores esféricos irreducibles usando los armónicos esféricos que considere conveniente.
- (b) Evalúe todos los elementos de matriz de la perturbación para el nivel $n = 2$: $\langle 2l'm'|V|2lm \rangle$ si se conoce el elemento de matriz $a = \langle 210|T_{-1}^{(2)}|211 \rangle$. Recuerde que $l \leq 1$ y $-1 \leq m \leq 1$ y lo mismo para l', m' . **Ayuda:** Use el Teorema de Wigner Eckart para relacionar los elementos de matriz no nulos.