Fìsica Teórica 2 – 1er. cuatrimestre de 2021 – Segundo parcial (13/07/2021)

(Justifique todas sus respuestas. Entregue los distintos problemas en hojas separadas. Ponga su nombre en todas las hojas. Se aprueba con 5,50 puntos, con la condición de tener al menos dos de los ejercicios con más del 50% de su desarrollo correcto. Poner una dirección de gmail en el pdf.)

Fecha límite entrega por Campus: Martes 13/07, 22:00

P1 Considere un sistema descripto por el Hamiltoniano

$$H = \omega_0 \frac{L^2}{\hbar} + \Omega L_y$$

(a) Encuentre una base que diagonalice el Hamiltoniano y calcule el espectro de energías correspondiente.

(b) Suponga que el estado inicial es el estado $|l = 1, m_z = 0\rangle$. Demuestre que existe un tiempo τ en el que el estado evoluciona a $|l = 1, m_x = 0\rangle$ (a menos de una fase); donde m_z y m_x es el número cuántico correspondiente a L_z y L_x, respectivamente. Encuentre el menor valor de τ. **Ayuda:** Puede emplear las propiedades del operador de rotaciones.

(c) Considere ahora que el sistema consta de 2 partículas, cada una con momento angular $l_1 = l_2 = 1$ cuyo Hamiltoniano es:

$$H = \omega_0 \frac{L_1^2 + L_2^2}{\hbar} + \Omega(L_{1z} + L_{2z}) - \gamma \vec{L}_1 \cdot \vec{L}_2$$

Liste el CCOC (no necesita probarlo explícitamente). Exprese los autoestados del Hamiltoniano con momento angular total $j = 2$ y calcule sus correspondientes energías. Puede usar la tabla de Coeficientes de Clebsh Gordon para elaborar su respuesta. Justifique.

P2 Se tiene un sistema descripto por el el modelo de Jaynes–Cummings resonante cuyo Hamiltoniano es:

$$H_{\text{JC}} = H_A + H_C + H_{\text{int}} = \frac{\hbar\omega_a}{2}\sigma_z + \hbar\omega_c \left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right) - i\frac{\hbar\Omega}{2}\left(\sigma_+ \otimes a - \sigma_- \otimes a^\dagger\right).$$

donde $\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ y $\omega_c - \omega_a = 0$ (resonante).

(a) Encuentre la evolución temporal de la matriz densidad atómica $\rho_{at}(t) = tr_c(\rho(t))$ si en el estado inicial la cavidad está en el estado de vacio y el átomo se encuentra en el estado excitado. Use $\rho_{at}(t)$ para hallar la probabilidad de pasar al estado fundamental en función del tiempo. Calcule la pureza atómica en función del tiempo: $P = tr(\rho_{at}(t)^2)$.

(b) Encuentre la evolución temporal de la matriz densidad atómica $\rho_{at}(t) = tr_c(\rho(t))$ si en el estado inicial la cavidad está en el estado coherente $|\alpha\rangle$ y el átomo se encuentra en el estado fundamental. Use $\rho_{at}(t)$ para hallar la probabilidad de pasar al estado excitado en función del tiempo.

Ayuda: Exprese la matriz densidad del sistema $\rho(t)$ usando la evolución temporal del correspondiente estado inicial.

P3 Considere un sistema de 2 fermiones idénticos de spin 1/2 en un oscilador armónico de frecuencia ω:

$$H = \frac{1}{2m}(p_1^2 + p_2^2) + \frac{m\omega^2}{2}({x_1}^2 + {x_2}^2).$$

(a) Determine los tres niveles más bajos de energía con sus respectivos autoestados y degeneraciones considerando los grados de libertad de espín para cada fermión.

(b) Considérese ahora una perturbación del tipo:

$$V = \delta \; S_x(1) \otimes S_x(2). \tag{1}$$

Diga cuál es la energía del estado fundamental, al primer orden de las teoría de perturbaciones.

(c) Continuando con la misma perturbación, considere el segundo nivel de energía. Mediante teoría de perturbaciones evalúe las correcciones a primer orden en la energía y los estados a orden cero. No haga cuentas de mas y diga qué elementos de matriz son cero fácilmente y por qué.