Parte 2: Polarización de la luz → modelo matemático para obtener resultados del exp. de SG.

Recordar de Física 2:
Onda plana que se propaga en $\hat{z}$

$$\mathcal{E} = Re(\bar{E})$$

$$\bar{E} = E_0\, e^{i(kz-\omega t)}\, \bar{\psi}$$

donde k: vector de onda, $\bar{\psi}$: vector de polarización

($\bar{\psi}$) En el plano x-y

$\psi = \psi_x \hat{x} + \psi_y \hat{y}$ complejo y de módulo 1: $|\psi|^2 = |\psi_x|^2 + |\psi_y|^2 = 1$

$$\bar{E} = E_0 \begin{pmatrix} \psi_x \\ \psi_y \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)} = E_0 \begin{pmatrix} |\psi_x| e^{i\phi_x} \\ |\psi_y| e^{i\phi_y} \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)} =$$

$$\bar{E} = \underbrace{E_0 e^{i\phi_x}}_{\equiv \tilde{E}_0} \begin{pmatrix} |\psi_x| \\ |\psi_y| e^{i\overbrace{(\phi_y-\phi_x)}^{\phi \text{ Fase relativa}}} \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)} = \tilde{E}_0 \begin{pmatrix} |\psi_x| \\ |\psi_y| e^{i\phi} \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)}$$

Algunos casos particulares:

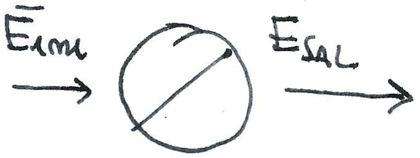
$\phi = 0 \rightarrow$ POLARIZACIÓN LINEAL

$$\bar{E} = \tilde{E}_0 \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)}$$

$|\psi_x| = |\psi_y| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ y $\phi = \pm\frac{\pi}{2}$ → +: POL. CIRC. DERECHA; −: POL. CIRC. IZQUIERDA

$$\bar{E} = \tilde{E}_0 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2}\,(\pm i) \end{pmatrix} e^{i(kz-\omega t)}$$

¿Qué pasa al atravesar un polarizador lineal? La luz sale linealmente polarizada en la dirección del eje del polarizador, que llamamos $\bar{\varepsilon}$



$$\bar{E}_{SAL} = (\bar{\varepsilon} \cdot \bar{E}_{inc})\, \bar{\varepsilon}$$

Sabemos que $I \propto |E|^2 \Rightarrow$

FRACCIÓN TRANSMITIDA

$$\bar{E}_{inc} = E_0 \bar{\Psi} e^{i(kz-\omega t)}$$

$$\frac{I_{SAL}}{I_{INC}} = \frac{|\bar{E}\cdot\bar{E}_{inc}|^2 |\bar{\varepsilon}|^2}{|\bar{E}_{inc}|^2} = \frac{|E_0|^2 |\bar{\varepsilon}\cdot\bar{\Psi}|^2}{|E_0|^2} |\bar{\varepsilon}|^2 = \underbrace{|\bar{\varepsilon}\cdot\bar{\Psi}|^2}_{\in[0,1]}$$

¿Qué pasa si tuviéramos un solo fotón? La fracción transmitida equivale a la probabilidad de que el fotón pase el polarizador

$$P = |\bar{\varepsilon}\cdot\bar{\Psi}|^2$$

Si $\bar{\varepsilon} = \begin{pmatrix}\varepsilon_x \\ \varepsilon_y\end{pmatrix}$, $\Psi = \begin{pmatrix}\Psi_x \\ \Psi_y\end{pmatrix}$, $\bar{\varepsilon}\cdot\bar{\Psi} = \underbrace{\begin{pmatrix}\varepsilon_x^* & \varepsilon_y^*\end{pmatrix}}_{\bar{\varepsilon}^{T*}} \cdot \begin{pmatrix}\Psi_x \\ \Psi_y\end{pmatrix}$

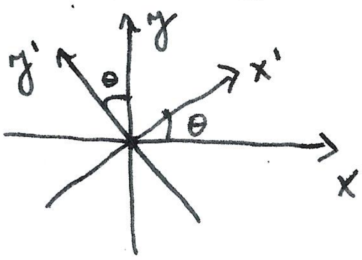
Tomamos la siguiente notación $\left.\begin{array}{l}\bar{\Psi} \equiv |\Psi\rangle \\ \bar{\varepsilon}^{T*} \equiv \langle\varepsilon|\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{P = |\langle\varepsilon|\Psi\rangle|^2}$

→ NO NOS PREOCUPAREMOS POR E_0

Estados de polarización en la base $\{|x\rangle \equiv |H\rangle \,;\, |y\rangle \equiv |V\rangle\}$ → $\langle x|y\rangle = 0$, $\langle x|x\rangle = 1$

→ EQUIVALE A $|\pm,\hat{z}\rangle$ de SG.

Base rotada:



$$|x'\rangle = \cos(\theta)|x\rangle + \sin(\theta)|y\rangle$$
$$|y'\rangle = -\sin(\theta)|x\rangle + \cos(\theta)|y\rangle$$

Equivale a $|\pm,\hat{x}\rangle$ de SG

Si $\theta = \frac{\pi}{4} \rightarrow |D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|x\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|y\rangle$ DIAGONAL

$\theta = -\frac{\pi}{4} \rightarrow |A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|x\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|y\rangle$ ANTIDIAGONAL

Pol. circular

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|x\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|y\rangle \;;\; |L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|x\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|y\rangle$$

Equivale a $|\pm,\hat{y}\rangle$ de SG

NOTA: Puede haber polarizadores circulares también, en cuyo caso $|\varepsilon\rangle = |L\rangle$ ó $|\varepsilon\rangle = |R\rangle$ según corresponda.

⑧ Un polarizador se orienta en dirección antidiagonal

ⓑ Si los fotones incidentes tienen polarización $|\psi\rangle = \sqrt{\frac{3}{4}}|H\rangle + i\sqrt{\frac{1}{4}}|V\rangle$, ¿Cuál es la probabilidad de que un fotón sea detectado del otro lado del polarizador?

$$P(A|\psi) = |\langle A|\psi\rangle|^2 = \left|\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\langle x| - \frac{1}{\sqrt{2}}\langle y|\right)\left(\sqrt{\frac{3}{4}}|x\rangle + i\sqrt{\frac{1}{4}}|y\rangle\right)\right|^2$$

$$= \left|\sqrt{\frac{3}{8}} + i\sqrt{\frac{1}{8}}\right|^2 = \frac{1}{2}$$

¿Qué polarización tiene el estado $|\psi\rangle$?

$$|\psi\rangle = \sqrt{\frac{3}{4}}|H\rangle + \sqrt{\frac{1}{4}}|V\rangle e^{i\pi/2} \longrightarrow$$ POL. ELÍPTICA DERECHA.

⑨ Mostrar que $|\psi\rangle = \left(\frac{1+i}{2}\right)|R\rangle + \left(\frac{1-i}{2}\right)|L\rangle$ tiene polarización lineal de dos formas.

ⓐ Multiplicar por $\langle x'|$ y encontrar el valor de θ / $\langle x'|\psi\rangle = 1$

$$\langle x'|\psi\rangle = \Big[\cos(\theta)\langle x| + \operatorname{sen}(\theta)\langle y|\Big]\left[\left(\frac{1+i}{2}\right)|R\rangle + \left(\frac{1-i}{2}\right)|L\rangle\right]$$

$$\cos(\theta)\left[\left(\frac{1+i}{2}\right)\underbrace{\langle x|R\rangle}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} + \left(\frac{1-i}{2}\right)\underbrace{\langle x|L\rangle}_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right] +$$

$$+\operatorname{sen}(\theta)\left[\left(\frac{1+i}{2}\right)\underbrace{\langle y|R\rangle}_{\frac{i}{\sqrt{2}}} + \left(\frac{1-i}{2}\right)\underbrace{\langle y|L\rangle}_{\frac{-i}{\sqrt{2}}}\right]$$

$$= \cos(\theta)\frac{1}{\sqrt{2}} - \operatorname{sen}(\theta)\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos(\theta)\cos(\pi/4) - \operatorname{sen}(\theta)\operatorname{sen}(\pi/4)$$

$$= \cos(\theta + \pi/4) = 1 \iff \boxed{\theta = -\pi/4} \longrightarrow |\psi\rangle \equiv |x'\rangle = |A\rangle$$

ⓑ Chequeamos esto escribiendo $|\psi\rangle$ en la base $\{|x\rangle ; |y\rangle\}$

Queremos sus componentes:

$$|\psi\rangle = C_x |x\rangle + C_y |y\rangle$$

$$C_x ? \quad \langle x|\psi\rangle = C_x \underbrace{\langle x|x\rangle}_{=1} + C_y \underbrace{\langle x|y\rangle}_{=0} = C_x$$

$$\Rightarrow |\psi\rangle = |x\rangle\langle x|\psi\rangle + |y\rangle\langle y|\psi\rangle$$

$$\langle x|\psi\rangle = \langle x| \left[\left(\frac{1+i}{2}\right)|R\rangle + \left(\frac{1-i}{2}\right)|L\rangle \right] = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\frac{1+i}{2} + \frac{1-i}{2}\right] = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\langle y|\psi\rangle = \langle y| \left[\left(\frac{1+i}{2}\right)|R\rangle + \left(\frac{1-i}{2}\right)|L\rangle \right] = \frac{1+i}{2}\,\frac{i}{2} + \frac{1-i}{2}\left(\frac{-i}{2}\right) = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|x\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|y\rangle \equiv |A\rangle$$ tal cual esperábamos.