P12 Átomo de H, $|\psi(0)\rangle = |100\rangle$. Se enciende un potencial

$$V = -e\left(ax - b(3z^2 - r^2)\right)\sin\omega\tau$$

con $a, b \in \mathbb{R}$ ¿Cuáles estados $|n,l,m\rangle$ pueden ser alcanzados en el tiempo?

Usar teoría de perturbaciones a primer orden para los siguientes casos

1) $a \neq 0,\ b = 0$, 2) $a = 0,\ b \neq 0$, 3) $a \neq 0,\ b \neq 0$ — Dejar expresado en términos de las integrales radiales

Por resultados de la teórica, la evolución del estado, usando teoría de representaciones a primer orden es

$$|\psi(\tau)\rangle = \left[\mathbb{I} + \frac{1}{i\hbar}\int_0^\tau U_0^\dagger(\tau_1 - \tau)\, V(\tau_1)\, U_0(\tau_1 - \tau)\, d\tau_1\right]|100\rangle$$

La probabilidad de transición a $P(n,l,m) = |\langle n,l,m|\psi(\tau)\rangle|^2$

$$\rightarrow \langle n,lm|\psi(\tau)\rangle = \langle nlm|100\rangle + \frac{1}{i\hbar}\int_0^\tau \langle nlm|\, e^{+i\frac{H_0}{\hbar}(\tau_1 - \tau)}\, V(\tau_1)\, e^{-i\frac{H_0}{\hbar}(\tau_1 - \tau)}|100\rangle\, d\tau_1$$

$$= \delta_{n1}\delta_{l0}\delta_{m0} + \frac{1}{i\hbar}\int_0^\tau e^{-\frac{i}{\hbar}(E_1 - E_n)(\tau_1 - \tau)} \underbrace{\langle nlm|V(\tau_1)|100\rangle}_{\text{Calculamos esto}}\, d\tau_1$$

$$\langle nlm|V(\tau)|100\rangle = \langle nlm|(ax - b(3z^2 - r^2))|100\rangle \cdot (-e\sin\omega\tau)$$

<u>Usamos el Teorema de Wigner Eckart</u>: $\langle \alpha j m|T_q^{(k)}|\alpha' j' m'\rangle = \langle k j'; q, m'|j m\rangle\, T^{k,j,j'}_{\alpha,\alpha'}$

$$x = \frac{r}{\sqrt{2}}\left(T_{-1}^{(1)} - T_{1}^{(1)}\right), \quad 3z^2 - r^2 = T_0^{(2)}\cdot\sqrt{6}$$

Redefiniendo a, b, $V(\tau) = -e\sin\omega\tau\left(a\left(T_{-1}^{(1)} - T_1^{(1)}\right) - b\, T_0^{(2)}\right)$

$$\Rightarrow \langle nlm|V(\tau)|100\rangle = (-e\sin\omega\tau)\Big[a\left(\langle 10;-10|lm\rangle - \langle 10;10|lm\rangle\right) T^{1,l0}_{n,0}$$
$$- b\,\langle 20;00|lm\rangle\, T^{2,l,0}_{n,0}\Big]$$

$$= -e\sin\omega\tau\left[a\, T^{1,l,0}_{n,0}\left(\delta_{l,1}\delta_{m,1} - \delta_{l,1}\delta_{m,-1}\right) - b\, T^{2,l,0}_{n,0}\,\delta_{l,2}\delta_{m,0}\right]$$

Hay que seguir la cuenta, pero vemos que a priori hay prob. de transición no nula para

$l = 1$, $m = \pm 1$ y $l = 2$, $m = 0$, y bueno, el inicial, $|100\rangle$

$\Downarrow$ $n \geq 2$ — $\Downarrow$ $n \geq 3$

Volviendo. $\langle n\ell m|\psi(\tau)\rangle = \frac{1}{i\hbar}\left(e\left[a T^1 (\delta_{\ell 1}\delta_{m,-1} - \delta_{\ell,1}\delta_{m,1}) - b T^2 \delta_{\ell,2}\delta_{m,0}\right]\right) \cdot$

$(n\ell m) \neq (100)$

$$\cdot \left.\int_0^\tau e^{-\frac{i}{\hbar}(E_1-E_n)(\tau_1-\tau)} \sin\omega\tau_1 \, d\tau_1 \right\} = I$$

$$|\langle n\ell m|\psi(\tau)\rangle|^2 = \left|\frac{e^2 a^2 |T^1|^2}{\hbar^2}(\delta_{\ell 1}\delta_{m,-1} - \delta_{\ell,1}\delta_{m,1})^2\right| |I|^2$$

$$+ \left|\frac{e^2 b^2 T^{2\,2}}{\hbar^2}(\delta_{\ell,2}\delta_{m,0})^2\right| |I|^2$$

Los Términos cruzados son "ortogonales", condiciones disjuntas

$$= \left[\frac{e^2 a^2 |T^1|^2}{\hbar^2} \delta_{\ell 1}\delta_{m,\pm 1} + \frac{e^2 b^2 |T^2|^2}{\hbar^2}(\delta_{\ell,2}\delta_{m,0})\right] |I|^2$$

con $I = \int_0^\tau e^{-\frac{i}{\hbar}(E_1-E_n)(\tau_1-\tau)} \sin\omega\tau_1 \, d\tau_1$ Usar que $\sin\omega\tau_1 = \frac{1}{2}(e^{i\omega\tau_1} - e^{-i\omega\tau_1})$

Por último, $P(100) = 1 - \sum_{n\ell m} P(n,\ell m)$