1 Construya los estados posibles de:

(a) Dos bosones que pueden ocupar dos estados $\{|a\rangle, |b\rangle\}$.

(b) Dos fermiones que pueden ocupar dos estados $\{|a\rangle, |b\rangle\}$.

(c) Tres bosones que pueden ocupar tres estados $\{|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle\}$.

(d) Tres fermiones que pueden ocupar tres estados $\{|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle\}$

(e) Dos bosones que pueden ocupar tres estados $\{|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle\}$.

(f) Dos fermiones que pueden ocupar tres estados $\{|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle\}$

2 Dos fermiones idénticos de espín 1/2 se mueven en una dimensión bajo el efecto de un potencial de pozo infinito

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{para } x < 0, x > L \\ 0 & \text{para } 0 \leq x \leq L \, . \end{cases}$$

(a) Escriba la función de onda y la energía del estado fundamental cuando las dos partículas se encuentran en un triplete de espín.

(b) Repita (a) cuando las partículas se encuentran en el singlete de espín.

(c) Suponga ahora que las dos partículas interactúan mutuamente mediante un potencial de corto alcance que puede ser aproximado por

$$V = -\lambda\delta(x_1 - x_2) \, ,$$

con $\lambda > 0$. Asumiendo que la teoría de perturbaciones es válida para este potencial, discuta que pasa con los niveles de energía obtenidos en (a) y (b).

3 **Interacción de intercambio: "repulsión" Y "atraccióin" de partículas idénticas.** Considere dos partículas y sea $D = \langle (x_1 - x_2)^2 \rangle$ la distancia cuadrática media entre las partículas, con x_1 y x_2 la posición de cada partícula. Supongamos que las partículas están en dos estados ortogonales $|\alpha\rangle$ y $|\beta\rangle$. Calcule entonces la distancia cuadrática media en los casos en que

(a) Las partículas som distinguibles.

(b) Las partículas son bosones indistinguibles.

(c) Las partículas son fermiones indistinguibles.

Compare los resultados e interprete.

4 Dos electrones se mueven en una dimensión sometidos a un potencial de la forma

$$V(x) = V_0[\delta(x-a) + \delta(x+a)] \, ,$$

donde $V_0 > 0$.

(a) Resuelva el problema considerando a los electrones indistinguibles.

(b) Considere ahora un potencial de interacción repulsivo entre ambos electrones, de la forma

$$W(x_1, x_2) = -V_0\delta(x_1 - x_2) \, .$$

Resuelva el problema a primer orden en la perturbación W analizando las características de la contribución debida a la antisimetrización de la función de onda (término de intecambio).

5 Se tiene un hamiltoniano H con tres niveles de energía 0, $\hbar\omega$, y $2\hbar\omega$. La única degeneración que tienen estos niveles es debida al espín.

(a) Se colocan tres partículas de espín 1/2 que no interactúan entre sí. El hamiltoniano del sistema de tres fermiones es $H = h(1) + h(2) + h(3)$, donde los números indican las variables de configuración de cada partícula. Halle todos los autovalores y autovectores de H especificando el grado de degeneración de los niveles.

(b) Repita el cálculo para un conjunto de tres bosones de espín 0.

$\boxed{6}$ Considere dos partículas en una dirección interactuando a través del Hamiltoniano

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + \alpha\left(x_1 - x_2\right)^2 \ .$$

Encuentre los estados de energía definida posibles cuando

(a) Las partículas son distinguibles.

(b) Las partículas son muones.

(c) Las partículas son bosones W^+.

$\boxed{7}$ Dos partículas idénticas, de espín 1/2 y masa m están confinadas dentro de un pozo unidimensional infinito de lado L.

(a) Encontrar el nivel fundamental y los dos primeros niveles excitados, sus energía y correspondientes degeneraciones.

(b) Se agrega una interacción

$$W = -\eta\delta\left(x_1 - x_2\right)\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2\,,$$

donde η es una constante y los subíndices 1 y 2 denotan que la magnitud corresponde a la partícula 1 o 2, respectivamente. Calcular las correcciones para la energía de los niveles hallados en el inciso anterior a primer orden en η.

(c) ¿Qué condición hay que imponer sobre los parámetros del problema para que la aproximación a primer orden sea aceptable?