

FÍSICA TEÓRICA 3 - 2009 2c - Segundo parcial (9/12)

(Problemas y Preguntas por separado; cada problema en hojas separadas.)

Problema 1: Un cilindro de volumen V está dividido en dos compartimientos mediante un tabique móvil. De un lado del tabique hay un gas de fermiones de masa m_1 y espín $1/2$, y del otro, un gas de bosones de masa m_2 y espín 0 . El sistema está en contacto con un foco a temperatura T . La temperatura T es lo suficientemente baja como para asumir que el gas de fermiones está degenerado y que el de bosones está en un estado en el que coexisten la fase normal y la condensada. Si tanto el número de fermiones como el de bosones es N , ¿cuál es la posición de equilibrio del tabique?

Problema 2: Considere los siguientes dos casos de gas ideal en dos dimensiones:

- Gas de fermiones de espín s .
- Gas de bosones de espín 0 .

En cada caso encontrar: i) el número de partículas por unidad de área, ii) la energía por unidad de área y iii) la energía por partícula, dando el resultado en función de la fugacidad y de la temperatura. Para igual densidad y temperatura, ¿cuál es la relación entre las fugacidades de ambos gases?

Problema 3: Considere una cadena de Ising unidimensional, de N espines ($N \gg 1$), cerrada, con interacciones ferromagnéticas a primeros vecinos, pero donde el campo magnético se considera ahora una variable del problema y no algo fijado externamente. La energía total del sistema es

$$E(\{s_i\}, B) = E_I(\{s_i\}) + E_B(B) + U(\{s_i\}, B),$$

con $E_I(\{s_i\}) = -J \sum_{i=1}^N s_i s_{i+1}$, $E_B(B) = \frac{NB^2}{2\alpha}$, y $U(\{s_i\}, B) = -\mu B \sum_{i=1}^N s_i$, donde $\alpha > 0$.

- Escriba la función de partición del sistema.
- Haga explícitamente la integral sobre el grado de libertad del campo magnético. (Ayuda: complete cuadrados.) Considere la función resultante y vea que corresponde a la de una cadena con interacciones ferromagnéticas entre todos los espines.
- Obtenga la magnetización media para este sistema usando la aproximación de campo medio. ¿Cuánto vale T_c ?

Preguntas

- a) Sea un gas de Fermi ultra degenerado. Grafique la ocupación media como función de la energía.
- b) Grafique cualitativamente la presión como función de la temperatura para los gases de Fermi, Boltzmann y Bose.
- c) ¿Puede un sistema unidimensional de Ising tener magnetización espontánea? Justifique.
- d) Sea

$$\Omega(\{n_i\}) = \prod \omega_j,$$

donde ω_j es el número de maneras de colocar n_j partículas en la caja j que tiene g_j niveles. Calcule ω_j para el gas de Fermi.