

## FÍSICA TEÓRICA 3 - 2009 2c - Segundo parcial (9/12)

(Problemas y Preguntas por separado; cada problema en hojas separadas.)

**Problema 1:** Un cilindro de volumen  $V$  está dividido en dos compartimientos mediante un tabique móvil. De un lado del tabique hay un gas de fermiones de masa  $m_1$  y espín  $1/2$ , y del otro, un gas de bosones de masa  $m_2$  y espín  $0$ . El sistema está en contacto con un foco a temperatura  $T$ . La temperatura  $T$  es lo suficientemente baja como para asumir que el gas de fermiones está degenerado y que el de bosones está en un estado en el que coexisten la fase normal y la condensada. Si tanto el número de fermiones como el de bosones es  $N$ , ¿cuál es la posición de equilibrio del tabique?

**Problema 2:** Considere los siguientes dos casos de gas ideal en dos dimensiones:

- Gas de fermiones de espín  $s$ .
- Gas de bosones de espín  $0$ .

En cada caso encontrar: i) el número de partículas por unidad de área, ii) la energía por unidad de área y iii) la energía por partícula, dando el resultado en función de la fugacidad y de la temperatura. Para igual densidad y temperatura, ¿cuál es la relación entre las fugacidades de ambos gases?

**Problema 3:** Considere una cadena de Ising unidimensional, de  $N$  espines ( $N \gg 1$ ), cerrada, con interacciones ferromagnéticas a primeros vecinos, pero donde el campo magnético se considera ahora una variable del problema y no algo fijado externamente. La energía total del sistema es

$$E(\{s_i\}, B) = E_I(\{s_i\}) + E_B(B) + U(\{s_i\}, B),$$

con  $E_I(\{s_i\}) = -J \sum_{i=1}^N s_i s_{i+1}$ ,  $E_B(B) = \frac{NB^2}{2\alpha}$ , y  $U(\{s_i\}, B) = -\mu B \sum_{i=1}^N s_i$ , donde  $\alpha > 0$ .

- Escriba la función de partición del sistema.
- Haga explícitamente la integral sobre el grado de libertad del campo magnético. (Ayuda: complete cuadrados.) Considere la función resultante y vea que corresponde a la de una cadena con interacciones ferromagnéticas entre todos los espines.
- Obtenga la magnetización media para este sistema usando la aproximación de campo medio. ¿Cuánto vale  $T_c$ ?

## Preguntas

- a) Sea un gas de Fermi ultra degenerado. Grafique la ocupación media como función de la energía.
- b) Grafique cualitativamente la presión como función de la temperatura para los gases de Fermi, Boltzmann y Bose.
- c) ¿Puede un sistema unidimensional de Ising tener magnetización espontánea? Justifique.
- d) Sea

$$\Omega(\{n_i\}) = \prod \omega_j,$$

donde  $\omega_j$  es el número de maneras de colocar  $n_j$  partículas en la caja  $j$  que tiene  $g_j$  niveles. Calcule  $\omega_j$  para el gas de Fermi.