Problema 1:

Considere dos partículas idénticas dentro de un oscilador armónico cuántico de frecuencia ω. Los niveles de enería de *single particle* de éste oscilador estan dados por $E = \hbar\omega(1/2 + n)$, con n el número de ocupación asociado.

a) Calcule la función de partición canónica de dos partículas en este oscilador suponiendo que se trata de un sistema clásico con estados discretos.

b) Repita el calculo de a) suponiendo ahora que las partículas son dos bosones.

c) Repita el calculo de a) suponiendo ahora que las partículas son dos fermiones.

Problema 2:

¿Qué energía por partícula hay que proporcionar a un gas ideal de bosones ultrarelativistas (3D y $E = cp$), que originalmente se encuentra a $T = 0$, para que $1/8$ de los mismos salgan del fundamental? Exprese dicha energía como función de T_c solamente.

Problema 3

Considere un sistema compuesto por una cadena unidimensional de Ising ferromagnética de N sitios **y** un campo magnético B homogéneo que actúa sobre la misma. La energía total del sistema resulta:

$$E(s_i, B) = E_I(s_i) + E_B(B) + V(s_i, B)$$

con

$$\begin{aligned} E_I &= -J \sum_{<i,j>} s_i s_j \\ E_B &= NB^2/2\sigma \\ V &= -\mu B \sum_i s_i \end{aligned}$$

donde $\sigma > 0$, E_I es la energía de la cadena sin campo, E_B la energía del campo sin cadena y V la energía de interacción campo-cadena.

a) Escriba la función de partición del sistema.

b) Haga la integral sobre el grado de libertad del campo magnético (Ayuda: complete cuadrados en la variable B y use que $\int_{\infty}^{\infty} dx e^{-x^2} = \sqrt{\pi}$). Considere la función resultante y vea que esta corresponde a la de una cadena con interacciones ferromagéticas entre **todos** los espines.

c) Obtenga la magnetización media para este sistema usando la aproximación de campo medio. ¿Cuanto vale T_c?

Ayudas:

Para bosones:

$$
\begin{aligned}
n_\epsilon &= \frac{1}{z^{-1}e^{\beta\epsilon}-1} \\
N &= \int g(\epsilon) n_\epsilon d\epsilon \\
\beta PV &= \int g(\epsilon)\log(1-ze^{-\beta\epsilon}) d\epsilon
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g_\nu(z) &= \frac{1}{\Gamma(\nu)}\int_0^\infty \frac{x^{\nu-1}}{z^{-1}e^x-1}dx \\
\Gamma(4)=6 \quad &, \quad \Gamma(3)=2
\end{aligned}
$$

y en general:

$$E = \frac{d}{\alpha} P L^d$$

donde d es la dimensión y α es el exponente de la relación de dispersión apropiada.