Física Teórica 3 – 2do. cuatrimestre de 2013

Parcialito

1. **Gas ideal unidimensional**. Un gas de partículas no interactuantes e indistinguibles está confinado en un segmento de longitud L. La energía de cada partícula es $\epsilon(p) = p^2/2m$.

   (a) Usando el ensamble microcanónico encuentre $S(U, L, N)$, $U(T, L, N)$, $\mu(T, L, N)$ y una ecuación de estado $f(P, L, T, N) = 0$.

   (b) Usando el ensamble canónico encuentre $F(T, L, N)$ y $S(T, L, N)$.

   (c) Usando el ensamble gran canónico encuentre el gran potencial $\Omega(T, L, \mu)$, obtenga $\mu\,(T, L, \langle N \rangle)$ y deduzca la ecuación de estado.

2. Un sistema está formado por N fibras unidimensionales de longitud L. Una fibra puede contener como máximo 2 partículas. Las partículas dentro de una misma fibra son indistinguibles. Si hay dos partículas en una fibra, a la energía cinética de las partículas debe sumarse una energía potencial repulsiva $\epsilon > 0$. Encuentre la función de partición del sistema en el ensamble gran canónico. Calcule la energía media por fibra y la concentración de partículas c (número de partículas dividido por N).

3. **Caminata al azar.** La probabilidad por unidad de tiempo de que una persona dé un paso hacia adelante es α, y de que dé un paso hacia atrás es β. Su posición puede asumir todos los valores enteros entre menos y más infinito. Sea $p_n(t)$ la probabilidad de que la persona ocupe la posición n a tiempo t.

   (a) Escribir la ecuación maestra para $p_n(t)$.

   (b) Verificar que la probabilidad total se conserva, $\sum_n \dot{p}_n(t) = 0$.

   (c) Escribir la ecuación de evolución para la función generatriz.

   (d) Escribir y resolver la ecuación de evolución para $\langle n \rangle$.

   (e) Mostrar que con una adecuada redefinición de la escala temporal, la ecuación maestra para la caminata simétrica ($\alpha = \beta$) puede escribirse en la forma $\dot{p}_n = p_{n+1} + p_{n-1} - 2p_n$.

   (f) Para el caso de la caminata simétrica con la ecuación maestra dada en el ítem anterior, encontrar la función generatriz, tomando como condición inicial que la persona está en $n = 0$ en $t_0 = 0$.

   (g) (Un poco más complicado.) Expandiendo $F(z, t)$ en potencias de z, encontrar $p_n(t)$.